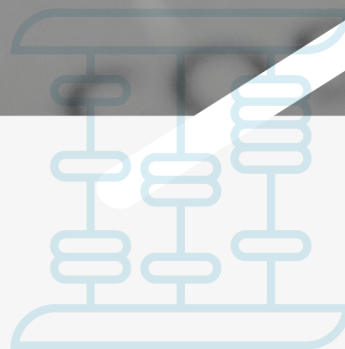


# < MATE MÁTICA >

<PNLD2018>

GUIA DE LIVROS DIDÁTICOS  
ENSINO MÉDIO

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA  
FUNDO NACIONAL DE  
DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO



# < MATE MÁTICA >

<PNLD2018>

GUIA DE LIVROS DIDÁTICOS  
**ENSINO MÉDIO**

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA  
FUNDO NACIONAL DE  
DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO

BRASÍLIA 2017

## MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA – SEB

DIRETORIA DE APOIO ÀS REDES DE EDUCAÇÃO BÁSICA – DARE

COORDENAÇÃO-GERAL DE MATERIAIS DIDÁTICOS – COGEAM

FUNDO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO – FNDE

DIRETORIA DE AÇÕES EDUCACIONAIS – DIRAE

COORDENAÇÃO-GERAL DOS PROGRAMAS DO LIVRO – CGPLI

### EQUIPE DA SEB

Cleidilene Brandão Barros

Cristina Thomas de Ross

Edivar Ferreira de Noronha Júnior

Fabiola Carvalho Dionis

Frederico Ozanam Arreguy Maia

José Ricardo Albernás Lima

Leila Rodrigues de Macêdo Oliveira

Lenilson Silva de Matos

Samara Danielle dos Santos Zacarias

Tassiana Cunha Carvalho

### EQUIPE DO FNDE

Clarissa Lima Paes de Barros

Geová da Conceição Silva

José Carlos Lopes

Karina de Oliveira Scotton Aguiar

Nadja Cezar Ianzer Rodrigues

Wilson Aparecido Troque

### DESIGN

#### COORDENAÇÃO DE DESIGN

Hana Luzia

#### PROJETO GRÁFICO

Breno Chamie

#### DIAGRAMAÇÃO DE CONTEÚDO

Gabriela Araújo

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Centro de Informação e Biblioteca em Educação (CIBEC)

Bibliotecários responsáveis: Mayara Cristóvão da Silva CRB-1 2812 e Tiago de Almeida Silva CRB-1 2976

B823p Brasil. Ministério da Educação. **PNLD 2018: matemática – guia de livros didáticos – Ensino Médio/ Ministério da Educação – Secretária de Educação Básica – SEB – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação.**

Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica, 2017.

122 p.

ISBN 978-85-7783-237-8

1. Educação Escolar – TBE. 2. Livro Didático – TBE. 3. Ensino Médio – TBE.

4. Matemática – TBE.

I. Ministério da Educação II. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação

III. Título

CDU 51

## MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO SECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA

Esplanada dos Ministérios, Bloco L, Sala 500

CEP: 70047-900

Brasília/DF

## EQUIPE RESPONSÁVEL PELA AVALIAÇÃO

### COMISSÃO TÉCNICA

**Arte:** Dra. Lília Neves Gonçalves – UFU

**Biologia:** Dra. Maria Margarida Pereira de Lima Gomes – UFRJ

**Filosofia:** Dr. Eduardo Salles de Oliveira Barra – UFPR

**Física:** Dr. Eduardo Adolfo Terrazan – UFSM

**Geografia:** Dr. Antonio Nivaldo Hespanhol – Unesp

**História:** Dra. Flávia Eloisa Caimi – UPF

**Língua Estrangeira Moderna (Espanhol):** Dra. Maria del Carmen Fátima González Daher – UFF

**Língua Estrangeira Moderna (Inglês):** Dra. Vera Lucia de Albuquerque Sant'Anna – UERJ

**Língua Portuguesa:** Dra. Flávia Brocchetto Ramos – UCS

**Matemática:** Dr. João Bosco Pitombeira Fernandes de Carvalhos – UFRJ/UFMT

**Química:** Dra. Maria Inês Petrucci Rosa – Unicamp

**Sociologia:** Dra. Anita Handfas – UFRJ

### EQUIPE RESPONSÁVEL PELA AVALIAÇÃO DE RECURSOS

Alexandro Dantas Trindade (UFPR) – Doutor em Ciências Sociais

Arthur Magon Whitacker (Unesp) – Doutor em Geografia

Celso Donizete Locatel (UFRN) – Doutor em Geografia

Claudia Amoroso Bortolato (Unicamp) – Doutora em Ensino de Ciências e Matemática

Gisele Dalva Secco (UFRGS) – Doutora em Filosofia

Gláucia d'Olim Marote Ferro (USP) – Doutora em Educação

Gláucio José Marafon (UERJ) – Doutor em Geografia

Gustavo Cândido de Oliveira Melo (IFG) – Mestre em Matemática

Haydée Glória Cruz Caruso (UnB) – Doutor em Antropologia

Irenilza Oliveira e Oliveira (UNEB) – Doutora em Linguística

Jorge Luiz Viesenteiner (UFES) – Doutor em Filosofia

José Eduardo Botelho de Sena (ENSG-SP) – Doutor em Letras

Júlia Morena Silva da Costa (UFBA) – Doutora em Literatura e Cultura

Lovani Volmer (FEEVALE) – Doutora em Letras

Lúcia Helena Pereira Teixeira (UNIPAMPA) – Doutora em Educação Musical

Luciene Juliano Simões (UFRGS) – Doutora em Linguística e Letras

Luís Fernando Cerri (UEPG/Ponta Grossa-PR) – Doutor em Educação

Marcia Montenegro Velho (UFRGS) – Mestrado Linguística, Letras e Artes

Maria Aurora Consuelo Alfaro Lagorio (UFRJ) – Doutora em Educação

Maria Cristina Dantas Pina (UESB-Vitória da Conquista) – Doutora em Educação

Marina de Carvalho Cordeiro (UFRJ) – Doutora em Sociologia e Antropologia

Martha Salerno Monteiro (USP) – Doutora em Matemática

Mauro Gleisson de Castro Evangelista (SEEDF) – Mestre em Educação

Mayara Soares de Melo (IFGOIANO) – Mestre em Ensino de Ciências

Miguel Chaquiam (UEPA) – Doutor em Educação

Priscilla Vilas Boas (EMIA-SP) – Mestre em Educação

Reginaldo Alberto Meloni (UNIFESP) – Doutor em Educação

Ronai Pires da Rocha (UFSM) – Doutor em Filosofia

Simone Laiz de Moraes Lima (EMIA-SP) – Especialização em Cultura e Arte Barroca

### INSTITUIÇÃO RESPONSÁVEL PELA AVALIAÇÃO

Selecionada pela Chamada Pública nº 42/2016 (DOU 22/04/2016)

Universidade Federal de Pernambuco - UFPE

### COORDENAÇÃO PEDAGÓGICA

Verônica Gitirana Gomes Ferreira (UFPE) – Doutora em Educação Matemática

### COORDENAÇÃO INSTITUCIONAL

Adriano Pedrosa de Almeida (UFPE) – Mestre em Ciência da Computação

### ASSESSORIA PEDAGÓGICA

Iole de Freitas Druck (USP) – Doutora em Matemática

Elizabeth Belfort da Silva Moren (UFRJ) – Doutora em Educação Matemática

### COORDENAÇÃO ADJUNTA PRINCIPAL

Paulo Figueiredo Lima (UFPE) – Doutor em Matemática

### COORDENAÇÃO ADJUNTA AUXILIAR

Abraão Juvencio de Araujo (UFPE) – Doutor em Educação

Bruno Alves Dassie (UFF) – Doutor em Educação

Marilena Bittar (UFMS) – Doutora em Didática de Disciplinas Científicas

### AVALIADORES

Airton Carrião Machado (UFMG) – Doutor em Educação Matemática

Alex Jordane de Oliveira (IFES) – Doutor em Educação

Ana Paula Barbosa de Lima (UFPE) – Doutoranda em Educação Matemática e Tecnológica

Ana Paula Jahn (USP) – Doutora em Didática da Matemática

Ângela Tavares Paes (UNIFESP) – Doutora em Estatística

Antônio Maurício Medeiros Alves (UFPEL) – Doutor em Educação

Aparecida Augusta da Silva (UFMT) – Doutora em Educação

Aparecida Santana de Souza Chiari (UFMS) – Doutora em Educação Matemática

Camila de Oliveira da Silva (UFMS) – Mestre em Educação Matemática

Cláudia Regina Oliveira de Paiva Lima (UFPE) – Doutora em Estatística  
Custódio da Cunha Alves (UNIVILLE) – Doutor em Engenharia de Produção

Danielly Regina Kaspary dos Anjos (UFMS) – Doutoranda em Educação Matemática

Edinéia Aparecida dos Santos Galvanin (UNEMAT-MT) – Doutora em Ciências Cartográficas

Flávia dos Santos Soares (UFF) – Doutora em Educação Matemática  
Gisela Maria da Fonseca Pinto (UFRRJ) – Doutoranda em Educação Matemática

Jonei Cerqueira Barbosa (UFBA) – Doutor em Educação Matemática  
José Carlos Alves de Souza (UFPE) – Mestre em Ensino das Ciências  
José Edeson de Melo Siqueira (UFPE) – Doutorando em Educação Matemática e Tecnológica

Leandra Anversa Fioreze (UFRGS) – Doutora em Informática na Educação

Luiz Márcio Santos Farias (UFBA) – Doutor em Didática das Ciências e Matemática

Mara Sueli Simão Moraes (UNESP-Bauru) – Doutora em Matemática

Márcia Cristina Costa Trindade Cyrino (UEL-PR) – Doutora em Educação

Marcus Bessa de Menezes (UFCEG) – Doutor em Educação

Paula Moreira Baltar Bellemain (UFPE) – Doutora em Didactique Des Disciplines Scientifiques

Renan Gustavo Araújo de Lima (SED/MS) – Mestre em Educação Matemática

Rony Cláudio de Oliveira Freitas (IFES) – Doutor em Educação

Suely Scherer (UFMS) – Doutora em Educação Matemática

Tânia Schmitt (UnB) – Mestre em Matemática

Tarcísio Rocha dos Santos (UFPE) – Mestre em Educação Matemática e Tecnologia

### **LEITURA CRÍTICA**

Antônio Carlos Rodrigues Monteiro (UFPE) – Doutor em Matemática

Rosilângela Maria de Lucena Scanoni Couto (UFPE) – Doutoranda em Educação Matemática e Tecnológica

### **REVISÃO**

Elvira Costa de Oliveira Nadai (Autônomo) – Graduada em História Econômica do Brasil

### **REVISÃO ORTOGRÁFICA**

Sérgio Paulino Abranches (UFPE) – Doutor em Educação

### **APOIO ADMINISTRATIVO**

Cláudia Bezerra da Silva (Servidor/UFPE) – Especialista em Gestão Pública

# SUMÁRIO

## 8 >> Apresentação

---

## 10 >> Matemática no Ensino Médio

---

## 12 >> Princípios e critérios de avaliação

---

12 > Princípios gerais de avaliação

13 > Critérios gerais de avaliação

14 > Critérios de avaliação do componente curricular Matemática

---

## 17 >> Coleções aprovadas

---

17 > Seleção dos conteúdos

19 > Distribuição dos conteúdos

18 > Números

36 > Linguagem e argumentação na matemática para o Ensino Médio

38 > Metodologia de ensino e aprendizagem

40 > Contextualização

40 > Manual do Professor



## 42 >> Resenhas

---

- 43 > Matemática – Contexto & Aplicações
- 51 > Quadrante – Matemática
- 59 > Matemática: Ciência e Aplicações
- 67 > Matemática para Compreender o Mundo
- 74 > Matemática: Interação e Tecnologia
- 81 > #Contato Matemática
- 88 > Matemática – Paiva
- 95 > Conexões com a Matemática

---

## 103 >> Ficha de Avaliação

---

## 121 >> Referências



# « APRESENTAÇÃO

Prezado professor, Prezada professora,

Escolher o livro didático que o apoiará no trabalho de formação dos estudantes é mais uma tarefa em que sua participação é essencial. O Guia do Livro Didático tem o objetivo de ajudá-lo a conhecer o conjunto das coleções aprovadas no Programa Nacional do Livro Didático – PNLD 2018.

No Guia, estão presentes as resenhas das oito coleções de livros didáticos de Matemática aprovadas para o Ensino Médio. Essas resenhas possuem estrutura uniforme: contêm tanto a descrição e o sumário de cada uma das obras, como a avaliação das principais características delas. Você também encontrará subsídios para um melhor aproveitamento dos livros em seu trabalho pedagógico e, ainda, sugestões de como contornar algumas das limitações neles observadas.

Desde 1997, o Ministério da Educação acumula experiência na avaliação de livros didáticos de todos os componentes curriculares e etapas do ensino básico. Esta é a quinta vez que o MEC realiza uma avaliação de livros didáticos de Matemática para o Ensino Médio. A análise das obras inscritas no PNLD é um momento fundamental desse amplo processo, que tem sido desenvolvido pela Secretaria de Educação Básica (SEB) e pelo Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), em parceria com instituições públicas de ensino superior.

Como em anos anteriores, a avaliação das obras inscritas no PNLD 2018 reuniu docentes de diversas instituições educacionais do país, todos com experiência nas questões de ensino e de aprendizagem da Matemática escolar, em diferentes níveis da escolaridade. Sob a coordenação de uma universidade pública, e tomando por base os critérios de avaliação expressos no Edital do PNLD 2018, esses profissionais realizaram um trabalho minucioso, do qual resultaram as resenhas que visam auxiliá-lo na escolha que você é convidado a fazer.

Para aproveitar este espaço de diálogo, o Guia não poderia se restringir às resenhas. Assim, nas páginas seguintes, há textos que, além de contribuir para a sua escolha, trazem subsídios para o uso posterior da coleção e para a formação continuada. Esses textos incluem considerações sobre a Matemática no Ensino Médio, os princípios e critérios adotados na avaliação das coleções e a ficha de avaliação que foi utilizada pelos avaliadores para a análise dos livros.

No texto *Coleções aprovadas*, discorre-se sobre algumas das características comuns observadas no conjunto das obras resenhadas. Isso é feito sob vários pontos de vista: abordagem dos conteúdos



matemáticos; metodologia de ensino e aprendizagem; contextualização; formação para a cidadania e características do Manual do Professor.

As resenhas apresentadas neste Guia estão relacionadas conforme a sequência de inscrição das coleções submetidas à avaliação no PNLD 2018. Mãos à obra! Cabe a você e a seus colegas, consultar, ler e discutir as resenhas para selecionar a obra que considere mais adequada ao projeto pedagógico de sua escola.

Bom trabalho!

# « MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO »

A Matemática é uma das mais significativas conquistas do conhecimento humano, produzida e organizada no decorrer da história. Além disso, faz parte do cotidiano das pessoas e contribui para as atividades das outras ciências e de diferentes tecnologias. Ela se mantém viva e é permanentemente revigorada pelos novos usos e contribuições vindas, em especial, dos centros de ensino e de pesquisa, nos quais se desenvolve uma permanente produção do conhecimento matemático.

Dois aspectos articulam-se de forma complexa e indissociável na Matemática. O primeiro é o de suas aplicações às várias atividades humanas, que têm originado muitos dos mais belos modelos abstratos dessa ciência. Outro é o da especulação pura, voltada para problemas gerados na evolução da própria Ciência e que, em muitos casos, revelaram-se fonte das mais surpreendentes aplicações. Além desses aspectos, a dimensão estética está presente em muitas das construções matemáticas. Podem ser lembradas, ainda, as ligações existentes, há milênios, entre a Matemática e as atividades lúdicas.

Ao longo de sua evolução, os homens recorreram, em suas práticas matemáticas, a diversos métodos. No entanto, especialmente a partir da civilização grega, o método dedutivo tem predominado e assume a primazia de ser o único método aceito, na comunidade científica, para comprovação de um fato matemático. Os conceitos de axioma, definição, teorema e demonstração, são o cerne desse método e, por extensão, passaram a ser, para muitos, a face mais visível da Matemática. Trata-se de um método de validação do fato matemático, muito mais do que um método de descoberta ou de uso do conhecimento matemático. Na construção efetiva desse saber, faz-se uso permanente da imaginação, de raciocínios indutivos ou plausíveis, de conjecturas, de tentativas, de verificações empíricas, enfim, recorre-se a uma variedade complexa de outros procedimentos.

No que diz respeito à Matemática, enquanto conhecimento acumulado e organizado, é preciso dosar, em progressão criteriosa, o emprego de seu método próprio de validação dos resultados: o método dedutivo. É indispensável que o estudante estabeleça gradualmente a diferença entre os vários procedimentos de descoberta, invenção e validação. Em particular, é interessante que ele compreenda a distinção entre uma prova lógico-dedutiva e uma verificação empírica, seja essa baseada na visualização de desenhos, na construção de modelos materiais ou na medição de grandezas. Dessa forma, o Ensino Médio cumpre seu papel de ampliação, aprofundamento e organização dos conhecimentos matemáticos adquiridos no ensino fundamental, fase essa em que predominam, na abordagem da Matemática, os procedimentos indutivos, informais e não rigorosos.

Nas últimas décadas, a sociedade vem experimentando um período de mudanças profundas e aceleradas nos meios de produção e circulação de bens econômicos, de intercâmbio de informações e de

ampliação rápida do acervo e dos horizontes do conhecimento científico. Um dos aspectos distintivos das recentes mudanças é o emprego crescente da Matemática tanto nas práticas sociais do cotidiano – compras e vendas, empréstimos, crediário, contas bancárias, seguros e tantas outras – quanto nas atividades científicas ou tecnológicas. Especialmente no dia a dia do cidadão, são evidentes as repercussões do uso de recursos, como o computador, e da calculadora, ambos amplamente difundidos em todos os meios sociais.

Além disso, as pessoas são constantemente expostas a informações que, para serem entendidas e levadas em conta de modo crítico, exigem a leitura e a interpretação de gráficos e tabelas e demandam o conhecimento de noções básicas de estatística e de probabilidade. A capacidade de resolver problemas e de enfrentar situações complexas, de expor e compreender ideias, é cada vez mais requisitada. Um ensino de Matemática adequado à fase final da educação básica não pode negligenciar tais aspectos.

Nesse quadro, o Ensino Médio tem de assumir a tarefa de preparar cidadãos para uma sociedade cada vez mais permeada por novas tecnologias e de possibilitar o ingresso de parcelas significativas de seus cidadãos a patamares mais elaborados do saber.

À luz desse contexto, o ensino de Matemática deve capacitar os estudantes para:

- planejar ações e projetar soluções para problemas novos, que exijam iniciativa e criatividade;
- compreender e transmitir ideias matemáticas, por escrito ou oralmente, desenvolvendo a capacidade de argumentação;
- interpretar matematicamente situações do dia a dia ou do mundo tecnológico e científico e saber utilizar a Matemática para resolver situações-problema nesses contextos;
- avaliar os resultados obtidos na solução de situações-problema;
- fazer estimativas mentais de resultados ou cálculos aproximados;
- saber usar os sistemas numéricos, assim como aplicar técnicas básicas de cálculo, regularidade das operações etc;
- saber empregar os conceitos e procedimentos algébricos, incluindo o uso do conceito de função e de suas várias representações (gráficos, tabelas, fórmulas etc.) e a utilização das equações;
- reconhecer regularidades e conhecer as propriedades das figuras geométricas planas e espaciais, relacionando-as com os objetos de uso comum e com as representações gráficas e algébricas dessas figuras, desenvolvendo progressivamente o pensamento geométrico;
- compreender os conceitos fundamentais de grandezas e medidas e saber utilizá-los em situações-problema;
- utilizar os conceitos e procedimentos estatísticos e probabilísticos, valendo-se, entre outros recursos, da combinatória;
- estabelecer relações entre os conhecimentos nos campos de números, álgebra, geometria e estatística e probabilidade, para resolver problemas, passando de um desses quadros para outro, a fim de enriquecer a interpretação do problema, encarando-o sob vários pontos de vista.

# « PRINCÍPIOS E CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO »

## < PRINCÍPIOS GERAIS DE AVALIAÇÃO >

Os critérios de avaliação das coleções de livros didáticos inscritas no Programa Nacional do Livro Didático – PNLD 2018 – constam do Edital de Convocação 04/2015 (CGPLI). Esses critérios são apresentados a seguir, divididos em dois tipos.

Os primeiros traduzem, em um conjunto de requisitos, princípios gerais relativos à qualidade de uma obra didática que se pretende que seja um instrumento auxiliar do trabalho educativo do professor. Atividade que tem por objetivo a formação do estudante, na etapa do Ensino Médio, com suas múltiplas dimensões estabelecidas pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. De acordo com o artigo 35 da LDB, o Ensino Médio, etapa final da educação básica, com duração mínima de três anos, terá como finalidade:

- consolidar e aprofundar os conhecimentos adquiridos no ensino fundamental, possibilitando que o estudante prossiga nos seus estudos;
- assegurar ao educando a preparação básica para o trabalho e a formação para a cidadania, dando-lhe condições de continuar aprendendo e ser capaz de se adaptar com flexibilidade a novas condições de ocupação ou aperfeiçoamento posteriores;
- aprimorar a formação ética, assim como o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico do educando;
- possibilitar ao estudante a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática, no ensino de cada disciplina.

Cabe às instituições escolares, o papel fundamental de criar um espaço de atividades e de convivência para que o estudante desenvolva, de maneira ativa, competências, conhecimentos e atitudes que traduzam as finalidades do Ensino Médio.

Nesse complexo processo, a sala de aula constitui-se em um cenário no qual se estabelecem inter-relações entre o professor, o estudante, o livro didático e os saberes disciplinares. O livro didático traz, para o processo de ensino e aprendizagem, um terceiro personagem, o seu autor, que passa a dialogar com o professor e com o estudante. Nesse diálogo, o livro é portador de escolhas sobre: o saber a ser estudado; os métodos adotados para que o estudante consiga apreendê-lo mais eficazmente; e a organização dos conteúdos ao longo dos anos de escolaridade. No que diz respeito ao estudante e ao professor, são atribuídas funções importantes a esse material referencial.

Em relação ao estudante, tais funções podem ser:

- favorecer a aquisição de saberes socialmente relevantes;
- consolidar, ampliar, aprofundar e integrar os conhecimentos;
- propiciar o desenvolvimento de competências e habilidades do estudante, que contribuam para aumentar sua autonomia;
- contribuir para a formação social e cultural e desenvolver a capacidade de convivência e de exercício da cidadania.

Com respeito ao professor, espera-se que o livro didático:

- auxilie no planejamento didático-pedagógico anual e na gestão das aulas;
- favoreça a formação didático-pedagógica;
- auxilie na avaliação da aprendizagem do estudante;
- contribua para que os resultados de pesquisas na área cheguem à sala de aula;
- favoreça a aquisição de saberes profissionais pertinentes, cumprindo o papel de texto de referência.

Para o desempenho dessas funções, importam não só os conteúdos do Livro do Estudante, mas também as orientações e os textos informativos incluídos no Manual do Professor. Daí decorrem os requisitos, adiante citados, que se referem especificamente a essa parte absolutamente relevante da coleção didática a ser avaliada.

Valorizar o papel do livro didático não significa, contudo, que ele seja dominante no processo de ensino e aprendizagem, em detrimento da atuação do professor. Isso porque, além das tarefas inerentes à condução das atividades da sala de aula ou fora dela, o professor sempre pode ampliar o seu repertório profissional com fontes bibliográficas e outros recursos complementares.

O PNLD tem, como um de seus princípios básicos, reservar ao docente a tarefa de escolher o livro que, em sintonia com o projeto pedagógico de sua escola, será usado por seus estudantes. Portanto, essa é mais uma das importantes funções a que o docente é periodicamente chamado a realizar.

Em consonância com os princípios gerais esboçados acima, os critérios de avaliação comuns a todos os componentes curriculares do PNLD 2018 foram estabelecidos no Anexo III do Edital de Convocação 04/2015 – CGLPI.

## <CRITÉRIOS GERAIS DE AVALIAÇÃO>

A avaliação das obras didáticas inscritas no PNLD 2018 é feita por meio da articulação entre critérios eliminatórios comuns a todas as áreas e critérios eliminatórios específicos para cada área e para cada componente curricular. A articulação entre esses critérios tem por objetivo garantir a qualidade didático-pedagógica das obras aprovadas.

## <CRITÉRIOS ELIMINATÓRIOS COMUNS A TODAS AS COLEÇÕES>

Os critérios eliminatórios comuns a serem observados na avaliação são os seguintes:

- a. respeito à legislação, às diretrizes e às normas oficiais relativas ao Ensino Médio;
- b. observância de princípios éticos e democráticos necessários à construção da cidadania e ao convívio social republicano;
- c. coerência e adequação da abordagem teórico-metodológica assumida pela obra no que diz respeito à proposta didático-pedagógica explicitada e aos objetivos visados;
- d. respeito à perspectiva interdisciplinar na abordagem dos conteúdos;
- e. correção e atualização de conceitos, informações e procedimentos;
- f. observância das características e finalidades específicas do manual do professor e adequação da obra à linha pedagógica nela apresentada;
- g. adequação da estrutura editorial e do projeto gráfico aos objetivos didático-pedagógicos da obra.

A não observância de qualquer um desses critérios[...], resultará em proposta incompatível com os objetivos estabelecidos para o Ensino Médio, o que justificará, *ipso facto*, sua exclusão do PNLD 2018.

Tendo em vista a preservação da unidade e a articulação didático-pedagógica, será excluída toda a obra que, ao ser apresentada em forma de coleção, tiver um ou mais volumes excluídos no processo de avaliação.

## <CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO DO COMPONENTE CURRICULAR MATEMÁTICA>

No processo de avaliação das obras, a concepção que se adota para a Matemática adequada ao Ensino Médio foi traduzida no conjunto de requisitos seguintes. Esses requisitos devem obrigatoriamente ser cumpridos pelas coleções de livros didáticos dessa área do conhecimento:

1. incluir todos os campos da Matemática escolar, a saber, números, álgebra, geometria e estatística e probabilidade;
2. privilegiar a exploração dos conceitos matemáticos e de sua utilidade para resolver problemas;
3. apresentar os conceitos com encadeamento lógico, evitando: recorrer a conceitos ainda não definidos para introduzir outro conceito, utilizar-se de definições circulares, confundir tese com hipótese em demonstrações matemáticas, entre outros;
4. propiciar o desenvolvimento, pelo estudante, de competências cognitivas básicas, como: observação, compreensão, argumentação, organização, análise, síntese, comunicação de ideias matemáticas, memorização, entre outras.

No que se refere especificamente ao Manual do Professor, é exigido que ele:

1. apresente linguagem adequada ao leitor a que se destina – o professor – e atenda ao seu objetivo como manual de orientações didáticas, metodológicas e de apoio ao trabalho em sala de aula;

2. contribua para a formação do professor, oferecendo discussões atualizadas acerca de temas relevantes para o trabalho docente, tais como currículo, aprendizagem, natureza do conhecimento matemático e de sua aplicabilidade, avaliação, políticas educacionais, entre outros;
3. integre os textos e documentos reproduzidos em um todo coerente com a proposta metodológica adotada e com a visão de Matemática e de seu ensino e aprendizagem preconizadas na obra;
4. não se limite a considerações gerais ao discutir a avaliação em Matemática, mas ofereça orientações efetivas **do que, como, quando e para que** avaliar, relacionando-as com os conteúdos expostos nos vários capítulos, unidades, seções;
5. contenha, além do Livro do Estudante, orientações para o docente exercer suas funções em sala de aula, bem como propostas de atividades individuais e em grupo;
6. explicita as alternativas e recursos didáticos ao alcance do docente, permitindo-lhe selecionar, caso o deseje, os conteúdos que apresentará em sala de aula e a sequência em que serão apresentados;
7. contenha as soluções detalhadas de todos os problemas e exercícios, além de orientações de como abordar e tirar o melhor proveito das atividades propostas;
8. apresente uma bibliografia atualizada para aperfeiçoamento do professor, agrupando os títulos indicados por área de interesse e comentando-os;
9. separe, claramente, as leituras indicadas para os estudantes daquelas que são recomendadas para o professor.

As coleções que não atenderam esses requisitos específicos do componente curricular Matemática foram excluídas do PNLD 2018.

10. es, confundir tese com hipótese em demonstrações matemáticas, entre outros;
11. propiciar o desenvolvimento, pelo estudante, de competências cognitivas básicas, como: observação, compreensão, argumentação, organização, análise, síntese, comunicação de ideias matemáticas, memorização, entre outras.

No que se refere especificamente ao Manual do Professor, é exigido que ele:

1. apresente linguagem adequada ao leitor a que se destina – o professor – e atenda ao seu objetivo como manual de orientações didáticas, metodológicas e de apoio ao trabalho em sala de aula;
2. contribua para a formação do professor, oferecendo discussões atualizadas acerca de temas relevantes para o trabalho docente, tais como currículo, aprendizagem, natureza do conhecimento matemático e de sua aplicabilidade, avaliação, políticas educacionais, entre outros;
3. integre os textos e documentos reproduzidos em um todo coerente com a proposta metodológica adotada e com a visão de Matemática e de seu ensino e aprendizagem preconizadas na obra;
4. não se limite a considerações gerais ao discutir a avaliação em Matemática, mas ofereça orientações efetivas do que, como, quando e para que avaliar, relacionando-as com os conteúdos expostos nos vários capítulos, unidades, seções;
5. contenha, além do Livro do Estudante, orientações para o docente exercer suas funções em sala de aula, bem como propostas de atividades individuais e em grupo;
6. explicita as alternativas e recursos didáticos ao alcance do docente, permitindo-lhe selecionar, caso o deseje, os conteúdos que apresentará em sala de aula e a sequência em que serão apresentados;
7. contenha as soluções detalhadas de todos os problemas e exercícios, além de orientações de como abordar e tirar o melhor proveito das atividades propostas;
8. apresente uma bibliografia atualizada para aperfeiçoamento do professor, agrupando os títulos indicados por área de interesse e comentando-os;
9. separe, claramente, as leituras indicadas para os estudantes daquelas que são recomendadas para o professor.

As coleções que não atenderam esses requisitos específicos do componente curricular Matemática foram excluídas do PNLD 2018.



# « COLEÇÕES APROVADAS »

O presente texto resulta de reflexões acerca das características gerais das obras aprovadas no PNLD 2018. Contudo, seu objetivo maior é discutir algumas questões originadas pela análise dos livros inscritos e que dizem respeito, mais amplamente, à abordagem da Matemática estudada no Ensino Médio.

Vale a pena lembrar que as considerações seguintes dão continuidade a textos análogos contidos nos Guias anteriores do PNLD para o Ensino Médio. Como muitas destas considerações permanecem atuais, elas são reproduzidas neste documento, às vezes com modificações ou atualizações necessárias. Observa-se, também, que as seções deste texto podem ser lidas separadamente, de acordo com a conveniência do professor.

## < SELEÇÃO DOS CONTEÚDOS >

Neste item, é delineado um perfil dos conteúdos trabalhados nas obras aprovadas. Esse perfil busca refletir os sumários dos livros, que podem ser consultados nas resenhas de cada coleção. Como é usual no ensino básico, agrupamos os tópicos da Matemática em campos de conteúdos. Nesta edição do Guia, esses campos são: números; álgebra; geometria; estatística e probabilidade.

Para efeito desse agrupamento, consideramos, no campo dos números, os seguintes tópicos: conjuntos; conjuntos numéricos; números reais; números e grandezas; e números complexos. Além desses, incluímos a análise combinatória, representada pela contagem de coleções finitas.

Em álgebra, englobamos: o conceito de função e suas propriedades; sequências; funções afins e afins por partes; funções quadráticas; funções exponencial e logarítmica; funções trigonométricas; matemática financeira; polinômios e equações polinomiais; matrizes; determinantes; sistemas lineares; equações e inequações do 1º e do 2º grau e as equações e inequações associadas às funções exponenciais, logarítmicas e trigonométricas. Incluímos também no campo da álgebra a introdução ao cálculo.

No campo da geometria, listamos os seguintes tópicos: geometria plana (incluindo trigonometria do triângulo retângulo); geometria espacial de posição; poliedros; as grandezas geométricas; transformações geométricas; geometria analítica – equações de retas, circunferências e cônicas no plano cartesiano.

Em estatística e probabilidade, consideramos: o conceito clássico de probabilidade; probabilidade condicional; eventos dependentes e independentes; coleta, organização, representação e interpretação de dados; medidas de tendência central e de dispersão de um conjunto de dados; e, eventualmente, relações entre estatística e probabilidade.

O objetivo da mencionada classificação é contribuir para a organização dos conteúdos estudados nas coleções. No entanto, não pretendemos com essa seleção induzir a ideia de que a Matemática escolar é uma justaposição de campos estanques, o que nem sempre é evitado nessas coleções. A integração e articulação de conteúdos atende a diversas finalidades. Uma delas é possibilitar o desenvolvimento da habilidade de construir, ou selecionar, o modelo matemático adequado à resolução de um problema dado.

Os sumários das coleções aprovadas permitem a identificação de um padrão de escolhas de conteúdos nessas obras. Com efeito, quase todos os tópicos detalhados anteriormente são trabalhados nas obras que integram este Guia. Algumas delas, naturalmente, incluem especificidades que as resenhas procuram explicitar.

O padrão observado tem sido mantido há tempos no Ensino Médio e reconhecemos a importância da grande maioria dos conteúdos trabalhados. No entanto, há uma clara necessidade de atualizações, com retirada ou redução de alguns tópicos e inclusão de outros. Nos comentários específicos por campo, discutimos algumas dessas possíveis atualizações, as quais já vêm sendo tratadas em documentos curriculares como a BNCC – Base Nacional Comum Curricular.

Em Guias anteriores do PNLD para o Ensino Médio, já se criticava o excesso de conceitos e procedimentos matemáticos abordados nos livros didáticos. Dada a limitação do tempo escolar, é difícil que todos os tópicos dos livros sejam efetivamente ensinados e, acima de tudo, aprendidos. Esse exagero tem resultado em obras didáticas muito densas e extensas.

Por exigência estabelecida no edital do PNLD 2018, as obras não puderam ultrapassar 420 páginas por volume do Manual do Professor e 288 páginas por volume do Livro do Estudante. Como consequência, houve uma diminuição do número de páginas nas coleções. No entanto, há muito por fazer relativamente à escolha de conteúdos matemáticos que sejam, de fato, imprescindíveis à formação no Ensino Médio dos jovens, no que diz respeito a: continuidade de estudos; preparação básica para o trabalho; e sua integração na sociedade como cidadão mais crítico.

A Tabela 1, a seguir, permite comparar as médias de páginas dos livros aprovados nas três últimas edições do PNLD.

**Tabela 1 – Número médio de páginas do Livro do Estudante das coleções aprovadas no PNLD 2012, no PNLD 2015 e no PNLD 2018**

PNLD	2012	2015	2018
Volume 1	359	306	285
Volume 2	364	320	268
Volume 3	293	261	259
Total	1017	887	812
Média	339	296	271

Em algumas destas obras, a redução do número médio de páginas foi, acertadamente, acompanhada da indicação de alguns tópicos como opcionais, por não serem considerados como integrantes do núcleo essencial do Ensino Médio, embora tenham importância na formação básica para algumas carreiras técnicas ou científicas.

## <DISTRIBUIÇÃO DOS CONTEÚDOS>

Para tratar desta questão, fizemos uma estimativa do espaço ocupado pelos diferentes campos na coleção como um todo e observamos como eles são distribuídos em cada um dos três volumes. Essa estimativa resultou da contagem do número de páginas (ou a soma de frações de página) dedicadas a cada campo e foi expressa em porcentagem do total de páginas em cada livro.

Nos livros do primeiro ano, há uma evidente concentração no estudo da álgebra, em detrimento dos demais campos. A maioria das coleções dedica mais de 60% de seus textos didáticos a esse campo, sendo que apenas uma delas foge a essa tendência. O excesso decorre, em parte, de um tratamento muito extenso e fragmentado das funções e de suas propriedades. Em quase todas as coleções, nos livros destinados ao 2º ano, é dada atenção excessiva ao campo da geometria. Já nos livros do 3º ano, privilegia-se a geometria analítica, em prejuízo de outros aspectos da geometria e dos demais campos.

## <NÚMEROS>

Nas coleções aprovadas no PNL 2018, mantém-se a tendência acertada de dedicar atenção ao estudo das primeiras noções da teoria dos conjuntos, bem como de fazer uma abordagem sintética dos conjuntos numéricos. Como sabemos, esses são assuntos indispensáveis ao estudo dos demais conteúdos matemáticos dos livros. Em geral, nas obras aprovadas, os tópicos acima mencionados recebem um tratamento apropriado e sem excesso de formalismo. Excetuam-se desse tratamento adequado, alguns pontos que comentamos a seguir.

O estudo da representação decimal dos racionais e dos irracionais é um assunto importante no Ensino Médio e é possível abordá-lo de modo acessível e com razoável rigor matemático, este último nem sempre presente nos livros atuais. Um primeiro passo é demonstrar que a representação decimal de todo número racional é uma representação decimal finita ou periódica. Para essa prova, uma ferramenta adequada ao estudante nesse nível de ensino é o algoritmo da divisão em  $N$ , cujo enunciado é: dados os números naturais  $D$  e  $d$ , com  $1 \leq d$  existem, e são únicos, os números naturais  $q$  e  $r$  tais que  $D = dq + r$ ,  $0 \leq r < d$ . Isso implica que  $r \in \{0, 1, 2, 3, \dots, d - 1\}$  e, portanto, quando consideramos a sequência dos restos na divisão de  $D$  por  $d$ :

$$r_0 (= D), r_1, r_2, \dots, r_n, \dots$$

só há duas possibilidades: a) para algum índice  $k$ , temos  $r_k = 0$ ; b)  $r_n \neq 0$ , para todo número natural  $n$ . No primeiro caso, a divisão é exata e a representação decimal é finita. No segundo caso, como uma consequência do Princípio da Casa dos Pombos, existem dois índices  $i$  e  $j$  tais que  $i \leq j$  e vale a

igualdade  $r_i = r_j$ . Resulta daí que os quocientes  $q_i, q_{i+1}, q_{i+2}, \dots, q_j$  formam um bloco que se repetirá indefinidamente, na sequência dos quocientes da divisão não-exata de  $D$  por  $d$ . Se os índices  $i$  e  $j$  forem os menores possíveis que satisfazem às condições acima estabelecidas, o bloco  $q_i, q_{i+1}, q_{i+2}, \dots, q_j$  é denominado **período** da representação decimal. Como convém lembrar, não provamos que só há uma representação decimal para um número racional. Por exemplo, se aplicarmos o algoritmo usado na demonstração ao racional  $10/2$ , obteremos:  $10/2 = 5$  (representação finita). Mas sabemos que também é válida a igualdade  $10/2 = 4,999\dots = 4,9$  (representação infinita e periódica), que não é possível obter pelo algoritmo da demonstração apresentada. Quando desejamos estabelecer uma correspondência biunívoca entre os números racionais e as representações decimais, uma das maneiras possíveis é excluir as representações decimais que são compostas de infinitos algarismos 9 a partir de algum dígito da representação.

Como todo número racional pode ser escrito como uma fração de inteiros  $D/d, d \neq 0$ , uma consequência imediata da proposição demonstrada é: (a) se um número real  $\rho$  é racional, então  $\rho$  admite uma representação decimal finita ou periódica infinita. Ela é logicamente equivalente a outra proposição: (b) se é atribuído significado matemático a uma representação decimal infinita e não periódica, então ela não é a representação de um número racional.

Recorrer a uma dessas proposições equivalentes tem sido um caminho adotado para introduzir os números irracionais no ensino básico, embora se observem algumas lacunas lógicas no percurso. Uma delas é a omissão da demonstração da proposição acima referida em sua forma (a). A outra lacuna, mais sutil, mas não menos grave, é não mencionar que é possível atribuir um significado matemático a uma representação decimal infinita e não periódica. A prova dessa afirmação pode ser deixada para etapas posteriores dos estudos em Matemática, mas é indispensável que sua existência seja mencionada.

A proposição (a) é a recíproca da proposição: (c) todo número que admite representação decimal por representação decimal finita ou periódica infinita é um número racional. A demonstração da proposição (c) é acessível no Ensino Médio, após o estudo de progressões geométricas de razão com valor absoluto menor do que 1, o que seria bastante significativo fazer, mas não é encontrado nas obras.

Somente com a discussão das duas proposições (a), (b) e (c) é que, de fato, fica comprovada a caracterização mais encontrada nos livros para os números irracionais: um número  $\sigma$  é irracional se e somente se sua representação decimal é uma representação decimal infinita e não periódica. As lacunas acima mencionadas acabam por dificultar a correta atribuição de significados, pelos estudantes, à noção de número irracional.

Outra forma de produzir números irracionais é recorrer às raízes quadradas de inteiros positivos que não sejam quadrados perfeitos. O exemplo mais notável é a raiz quadrada do número 2, que, desde a Antiguidade Clássica, é objeto de estudo na Matemática. Nesse caso, não é possível provar, por métodos elementares, que a representação decimal é infinita e não periódica. Mas é factível comprovar-se, usando um raciocínio por absurdo e o teorema da decomposição única em fatores primos dos números naturais, que  $\sqrt{2}$  não pode admitir representação por uma fração de inteiros. A demonstração de

que esse número é irracional, no sentido de não poder ser representado por uma fração de inteiros, é um dos mais antigos e belos exemplos de dedução matemática e, acertadamente, é feita em muitas obras didáticas para o Ensino Médio. Ressalta-se que as provas matemáticas da irracionalidade de muitos outros números, como  $\pi$  e  $e$ , são também feitas por redução ao absurdo.

Um ponto a observar é que, diante dos poucos exemplos oferecidos no ensino, o estudante seja levado a pensar, erroneamente, que “os números irracionais são relativamente raros”. Nesse sentido, é importante um trabalho com os estudantes em que se busque gerar mais exemplos de números irracionais. Para isso, podemos recorrer a procedimentos simples e que contribuem, além disso, para o desenvolvimento da argumentação matemática.

Um primeiro é formar novos irracionais com base em irracionais conhecidos. Sabemos que  $\pi$  é um número irracional. Podemos, então, afirmar, por exemplo, que o número  $(3/4 + \pi)$  é irracional. De fato, a soma de dois racionais é um racional e o produto de dois racionais é um racional. Se, por absurdo, supusermos que o número  $(3/4 + \pi)$  é racional:

$$3/4 + \pi = a/b, \quad b \neq 0, \quad a \text{ e } b \text{ inteiros,}$$

então, teríamos:

$$\pi = a/b + (-1)(3/4).$$

Tal igualdade nos diria que o número  $\pi$ , como soma de dois racionais, seria racional, o que é falso. Portanto, o número  $(3/4 + \pi)$  é irracional.

Observamos que a prova acima pode ser estendida, tanto para o número  $(p/q + \sigma)$  em que  $\sigma$  é um número irracional e  $p/q$  é um número racional,  $q \neq 0$ , quanto para o número  $p.\sigma/q$ , em que  $\sigma$  é um número irracional e, além disso,  $p \neq 0$ ,  $q \neq 0$ .

Outro modo de proceder faz uso do fato de que toda representação decimal infinita e não periódica é a representação de um número irracional. Nessa direção, o que se pode é estabelecer uma regra que “quebre” a periodicidade dos termos de uma representação decimal infinita. Por exemplo, tome-se a representação infinita dada por  $0,123456789111\dots$ , na qual o  $n$ -ésimo dígito depois da vírgula é o primeiro algarismo à esquerda da escrita decimal do número  $n$ ,  $n \geq 1$ . Dessa forma, garante-se que tal representação decimal é infinita, não periódica e, portanto, não pode ser a representação de um número racional. Os estudantes podem ser convidados a criar novas representações decimais infinitas não periódicas, usando sua imaginação, para se convencerem que há, de fato, muitos irracionais.

No entanto, tal modo de proceder requer cuidado. Por vezes, são dados os primeiros termos de uma representação decimal (até mesmo no visor de uma calculadora) e pede-se para o estudante decidir se ela é representação de um número racional ou de um irracional. Isso é impossível do ponto de vista matemático. A sequência de dígitos de uma representação decimal infinita (seja periódica ou

não) não fica determinada pelo conhecimento de um número finito desses dígitos. Isso pode induzir a erros. Por exemplo, se é dada a representação decimal:

**0,0588235294117647...,**

poderíamos ser levados a pensar que se trata da representação decimal de um número irracional “porque não identificamos um período”. Mas na verdade, a sequência dos dezessete primeiros dígitos do número racional  $1/17$  é precisamente a dos dígitos indicados acima. Além disso, a presença de uma sequência de dígitos que se repetem em uma representação decimal finita pode não determinar que se trata de um número racional. Por exemplo,  $0,121212, \dots$  pode nos indicar os primeiros dígitos da representação decimal tanto do número racional

**$0,121212, \dots = 12/99 = 4/33$**

quanto do número irracional  $4/33 + \sqrt{2}/10000000$ .

Os números também são medidas de grandezas. Em todas as culturas humanas, desde os seus primórdios, foram realizadas medições de grandezas. Comprimento (distância), área, volume, tempo, massa, velocidade, entre outras grandezas, foram objeto de medições, processos que sempre ocuparam um papel central no desenvolvimento tecnológico e social do homem.

As medições empíricas foram simultâneas à criação dos números naturais e dos fracionários e, mais adiante na história, dos números negativos. Dessa forma, com os números racionais, é sempre possível efetuar medições empíricas de qualquer grandeza do tipo escalar. Com o desenvolvimento da Matemática, em especial a partir da civilização grega, surgiu outro tipo de medida, realizada nos modelos abstratos (teóricos) que constituem o cerne desse saber. Como se sabe, na obtenção da medida teórica da diagonal de um quadrado de lado unitário, surge a necessidade de ampliar os racionais, com a criação do conjunto dos números reais.<sup>1</sup>

As grandezas são entendidas como atributos mensuráveis de objetos ou de fenômenos. Obter uma medida – empírica ou teórica – é um processo complexo que exige várias escolhas: da grandeza a medir; da

---

1. Sobre essas medidas teóricas, cabe criticar uma tradição enraizada no ensino da Matemática escolar, na abordagem do número irracional  $\pi$ . Esse número é apresentado, corretamente, como a razão entre o comprimento de uma circunferência e o comprimento de um de seus diâmetros. Entretanto, não se deixa claro que tais comprimentos são abstratamente definidos e não são os comprimentos existentes em materializações de circunferências em objetos ou em desenhos. Por vezes, até mesmo se induz o estudante a pensar, erroneamente, que os valores mais e mais aproximados desse número são obtidos com medições empíricas cada vez mais rigorosas. Ora, sabe-se que os valores sucessivamente mais aproximados de  $\pi$ , ou de qualquer outro número irracional, são obtidos com base em fórmulas matemáticas e não provêm de medições empíricas.

unidade de medida; do método de medição. Quando se mede uma grandeza, obtém-se um número que se denomina a medida da grandeza na unidade escolhida. Esse número será um racional se a medição for empírica e será um número real, no caso de medidas teóricas. Tome-se como exemplo o volume, uma das grandezas geométricas mais familiares na Matemática escolar (as outras são comprimento, área e abertura de ângulo). Os objetos considerados tanto podem ser materializações de regiões limitadas tridimensionais no mundo físico, quanto modelos matemáticos dessas regiões, os denominados sólidos geométricos. Escolha-se, como exemplo, uma dessas regiões para medir seu volume<sup>2</sup> e selecione-se o centímetro cúbico como unidade de medida<sup>3</sup>. Quando se mede uma dessas regiões, com instrumentos ou abstratamente, pode-se encontrar, como medidas, números racionais (2; 1/4;  $1,2 \times 10^{-2}$ ; etc.), quando a medição é empírica ou números reais ( $3$ ;  $0,7 \times 10^{-3}$ ;  $2\sqrt{2}$ ;  $\pi$ , etc.), quando se trata de uma medição teórica. Os símbolos compostos  $2\text{cm}^3$ ,  $1/4\text{cm}^3$ ,  $1,2 \times 10^{-2}\text{cm}^3$ ,  $2\sqrt{2}\text{cm}^3$ ,  $\pi\text{cm}^3$  são representações de volumes. Assim, o volume de uma região tridimensional limitada aparece como um objeto matemático distinto da região, pois regiões diferentes podem possuir o mesmo volume. O volume também se distingue do número (a medida) obtido quando se mede essa região com uma unidade de medida, pois mudar a unidade altera o valor da medida de volume, mas o volume permanece o mesmo.

No Ensino Médio, as grandezas são importantes em todas as áreas do conhecimento. Entretanto, o estudo das grandezas tem sido descuidado nesse nível de ensino. Em particular, a álgebra das grandezas não tem sido devidamente estudada. Por exemplo, para obter a área de um paralelogramo com um lado e a altura relativa a esse lado de comprimentos 4m e 5m, respectivamente, escreve-se, indevidamente:

$$A = 4 \times 5 = 20 \text{ m}^2.$$

Nota-se que, em um lado da igualdade, há um número ( $4 \times 5$ ) e, no outro, uma área ( $20\text{m}^2$ ), o que não é correto. Na verdade, a chamada fórmula de área é uma igualdade entre grandezas. Em um lado da igualdade, uma área e, no outro, o produto de dois comprimentos. Portanto dever-se-ia escrever:

$$A = 4\text{m} \times 5\text{m} = 20\text{m}^2.$$

Essa álgebra das grandezas é o que se denomina **análise dimensional**,<sup>4</sup> tema estudado na Física, mas omitido na Matemática, e que seria um bom tópico articulador entre esses dois componentes curriculares. A análise dimensional, que deveria ser abordada desde o ensino fundamental, é particular-

---

2. Também podemos medir a área da superfície que é o contorno da região tridimensional limitada escolhida. Isso mostra que, a um mesmo objeto, podem ser associadas diferentes grandezas.

3. Há um Sistema Internacional de Unidades (SI), um tema sugestivo e que favorece a articulação do ensino da Matemática com o da Física. A esse respeito, consultar o *Vocabulário Internacional de Metrologia: conceitos fundamentais e gerais e termos associados* (VIM 2012). 1ª Edição Luso-Brasileira. Rio de Janeiro, 2012. ([www.inmetro.gov.br](http://www.inmetro.gov.br)).

4. Como se sabe, o termo “dimensão” possui vários significados, tanto na Matemática, quanto nas outras ciências. Neste ponto do texto, “dimensão” significa, de modo simplificado, “espécie de grandeza”. Assim, pode ser dito: a dimensão comprimento, a dimensão velocidade, a dimensão massa etc.

mente relevante no Ensino Médio pela existência de muitas grandezas que são razões de grandezas, não necessariamente de mesma espécie.

Os números complexos têm sido incluídos como tópico a ser trabalhado no Ensino Médio. No entanto, muitos educadores só consideram o seu estudo indispensável para aqueles estudantes que vão utilizar modelos matemáticos mais avançados em suas profissões. Por exemplo, engenheiros (ou técnicos nas áreas da Engenharia), físicos e matemáticos. Mesmo nesses casos, é importante que o estudo dos complexos seja uma oportunidade privilegiada de articulação com tópicos como vetores e geometria no plano, com trigonometria e com as equações algébricas.

A análise combinatória, ou simplesmente combinatória, é uma parte da Matemática cujo objetivo é resolver, entre outros, problemas de contagem dos elementos de conjuntos finitos. Como ela é tema com muita tradição no Ensino Médio, sua renovação tem sido lenta nos livros didáticos. Um desses avanços é a introdução do princípio fundamental da contagem, com o qual é possível obter técnicas básicas e muito eficientes de contagem, dispensando a ênfase demasiada em fórmulas.

É comum nos livros didáticos o estudo do princípio fundamental da contagem, mas muitas vezes ele é logo deixado de lado e volta-se para o tratamento tradicional e estanque das combinações, arranjos e permutações, simples e com repetições. De fato, os problemas de contagem mais interessantes exigem o uso de mais de uma dessas técnicas. Um dos objetivos de um bom ensino de análise combinatória é desenvolver no estudante a capacidade para escolher diferentes técnicas de contagem e usá-las de modo eficiente na resolução dos problemas. É prejudicial um ensino que habitue o estudante a sempre tentar resolver qualquer problema de contagem com o uso mecânico de fórmulas.<sup>5</sup>

## <ÁLGEBRA>

Neste item, serão discutidas as abordagens dos conteúdos de funções, sequências, Matemática financeira, equações e inequações algébricas, sistemas lineares e matrizes.

No Ensino Médio, o estudo das funções incorpora, além de uma introdução geral a esse conceito, a abordagem mais detalhada de quatro grandes classes de funções reais de variável real: afim, quadrática, exponencial e trigonométrica. É claro que essas não são as únicas funções reais de variável real que se devem abordar nessa fase da escolaridade. Entretanto, o entendimento delas é base para a compreensão de outras funções: afim por partes (por exemplo, a função modular); proporcionalidade inversa; função definida por mais de uma sentença; polinomial de grau maior do que 2; racional; logarítmica, que é a inversa da exponencial; e as funções no campo da estatística e da probabilidade. As coleções aprovadas incorporam os tópicos citados em diferentes graus de extensão e de aprofundamento.

Uma classe especial de funções são as sequências de elementos de um conjunto qualquer  $U$ . Uma sequência em  $U$  é uma função cujo domínio é o conjunto dos naturais (sequência infinita) ou um sub-

---

5. Cabe ainda observar que, ao estudar as permutações, em geral, não se aproveita a oportunidade para relacioná-las com funções: uma permutação de um conjunto finito é, simplesmente, uma função bijetiva deste conjunto nele mesmo.



conjunto finito formado com elementos  $1, 2, 3, \dots, n$  (sequência finita) e cujo contradomínio é o conjunto  $U$ . Definir sequência como uma função especial é um modo proveitoso, tanto do ponto de vista da Matemática, quanto do ponto de vista didático. De fato, entre outras vantagens, evita-se a confusão frequente entre o conceito de sequência e o de ordem. Os termos de uma sequência podem pertencer a um conjunto  $U$  formado por elementos que não estão ordenados. Por exemplo, uma sequência de figuras geométricas planas pode ser constituída de triângulos e de quadrados não relacionados entre si. Mesmo que o conjunto  $U$  seja um conjunto numérico – por exemplo, o conjunto dos números inteiros – pode ser formada uma sequência, como:

$$1, 0, -1, 0, \dots, \sin n\pi/2, \dots \quad n = 1, 2, 3, 4, \dots$$

cujos termos não são dispostos na ordem usual definida nesse conjunto.

cujos termos não são dispostos na ordem usual definida nesse conjunto.

Relativamente às sequências numéricas, cabe lembrar que, nas coleções para o Ensino Médio, há a tendência em restringir o estudo às progressões aritméticas e geométricas. Sem dúvida, esses são dois exemplos privilegiados de sequências, em particular, pelas possíveis articulações que elas permitem explorar: progressões aritméticas com as funções afins, e as geométricas com as funções do tipo exponencial, que são as da forma  $f(x) = b \cdot e^{ax}$ , em que  $b \neq 0$  e  $a \neq 0$  são números reais. Contudo, as progressões estão longe de serem as únicas sequências numéricas importantes e é útil que o estudante tenha acesso a um elenco mais diversificado delas, no qual se notabilizam, entre outras, as sequências recursivas lineares, como a de Fibonacci.

São muito frequentes os problemas propostos nos quais são fornecidos os três ou quatro elementos iniciais de uma sequência e pede-se que se determine o termo seguinte ou, mais frequentemente ainda, o termo geral da sequência. Não raro, já se parte da informação de que se trata de uma PA ou de uma PG. É justificável que as atividades que visem à descoberta de regularidades em sequências tenham níveis progressivos de dificuldade e, por isso, problemas do tipo acima descrito possam ser, inicialmente, propostos aos estudantes. No entanto, do ponto de vista da formação matemática, tais problemas têm valor muito limitado, pois o estudante não exercita adequadamente sua capacidade de observar regularidades e de testar as hipóteses que ele possa fazer. É sempre aconselhável solicitar ao estudante que procure encontrar **uma** lei geral e não **a** lei geral, como por vezes se pede. A esse respeito, cabe sempre lembrar, por exemplo, que a sequência iniciada com  $0, 1, 2, 3, \dots$  pode ser uma progressão aritmética de termo geral dado por:

$$a_n = (n - 1), \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Nesse caso, o seu quinto termo deverá ser igual a 4. No entanto, também poderá ser uma sequência que não é uma progressão aritmética, com termo geral definido por:

$$b_n = (n - 1) + (n - 1)(n - 2)(n - 3)(n - 4), \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

cujo quinto termo é o número 28. Na verdade, existem infinitas sequências  $b_n$  cujos primeiros quatro termos coincidem respectivamente com os de  $a_n$ .

Nos livros didáticos para o Ensino Médio, tem sido bastante frequente apresentar-se a noção de função de modo intuitivo, com apoio nas ideias de: relação (ou associação) entre grandezas variáveis; dependência entre grandezas; correspondência entre elementos de dois conjuntos; regra ou “lei de formação” envolvendo grandezas ou números, entre outras. O passo seguinte vem sendo sistematizar o conceito de função como uma correspondência entre elementos de dois conjuntos. Essa é uma abordagem adequada, tanto do ponto de vista matemático, quanto didático.

Nas etapas de sistematização, são necessárias explanações teóricas relativas a definições fundamentais, como domínio, contradomínio, imagem, função injetiva, sobrejetiva, bijetiva, composta, inversa, entre outras. É frequente, no Ensino Médio, dar-se muita atenção a esses conceitos, em uma fase preliminar. No entanto, posteriormente, quando eles deveriam ser aplicados, não são devidamente valorizados. Com relação ao conceito de domínio, um dos exemplos dessa falha é observado quando uma função do tipo  $x = x(t)$  é definida com determinado domínio, por exemplo, o conjunto dos números inteiros e, sem explicação adicional, são indicados valores da função quando a variável  $t$  pertence ao conjunto dos reais não inteiros. Outro ponto, nem sempre deixado suficientemente claro, diz respeito à definição de função composta. De fato, dadas duas funções  $f: A \rightarrow B$ ,  $g: C \rightarrow D$ , é possível definir a função composta  $g \circ f: A \rightarrow D$ , se, e somente se, a imagem de  $f$  estiver contida no domínio de  $g$ . Em símbolos:

$$\text{Im}(f) \subseteq \text{Dom}(g).$$

No estudo de funções, é relevante abordar diferentes representações – tabelas, gráficos, fórmulas algébricas – estabelecendo-se relações entre elas. Em geral, um problema inicialmente formulado de maneira algébrica pode ser mais facilmente resolvido, ou compreendido, quando é interpretado geometricamente, e vice-versa. Por exemplo, a simetria axial presente nas funções quadráticas é facilmente perceptível no gráfico e, no entanto, pode exigir esforço de cálculo se for utilizada sua representação algébrica.

O uso de aplicativos computacionais, que permitem visualizar o gráfico de funções, ajuda tanto a perceber as propriedades dos seus vários tipos, quanto a fazer experimentos com maior riqueza de exemplos. Por isso, é elogiável a tendência, observada em alguns livros didáticos destinados ao Ensino Médio, de empregar os referidos aplicativos como recurso para a aprendizagem da Matemática.

Como sabemos, os gráficos de funções no plano cartesiano desempenham um papel fundamental. Em alguns livros didáticos para o Ensino Médio, observa-se que não são tomados os devidos cuidados na construção de gráficos de funções. Por exemplo, com um número reduzido de valores da variável independente, o estudante é induzido a considerar que é possível construir o gráfico cartesiano de uma função. É comum passar-se, sem explicações adicionais, de uma tabela com três ou quatro valores de  $x$  para o desenho de uma parábola como gráfico de uma função quadrática. Outra falha é recorrer a gráficos estatísticos para construir funções reais de variável real. No caso das variáveis

discretas, o gráfico estatístico pode ser constituído por pontos isolados no plano cartesiano ou por barras verticais. Isto não permite que, sem nenhum comentário explicativo, se passe para o gráfico de uma função com variável independente contínua. Na estatística, muitas vezes, utiliza-se o procedimento de ligar os pontos isolados de um gráfico discreto por uma curva contínua. No entanto, deveria ser salientado que se trata apenas de um procedimento para auxiliar a visualização do comportamento da variável estatística.

Deve-se ter cuidado com o emprego dos gráficos de linha, da estatística, para contextualizar e motivar o estudante no início do estudo dos gráficos de funções. Em geral, procede-se da seguinte maneira: são dados pontos  $t_1, t_2, \dots, t_{n-1}, t_n$ , igualmente espaçados sobre o eixo horizontal e os valores  $u_1, u_2, \dots, u_{n-1}, u_n$ , de alguma variável quantitativa nos referidos pontos. Unem-se então os pares de pontos  $(t_1, u_1), (t_2, u_2), \dots, (t_{n-1}, u_{n-1}), (t_n, u_n)$  por segmentos de retas e afirma-se explicitamente, ou simplesmente é sugerido, que o gráfico assim obtido é o gráfico de uma função que modeliza a situação tratada. Isso não é verdade. Os pontos dos segmentos de reta do gráfico obtido não estão relacionados com a situação estudada, exceto para os pontos de abscissas  $t_1, t_2, \dots, t_{n-1}, t_n$ , em que temos:  $f(t_1) = u_1, f(t_2) = u_2, f(t_3) = u_3, \dots, f(t_n) = u_n$ . O gráfico obtido simplesmente auxilia na análise de crescimento ou decrescimento das quantidades em foco, diferentemente dos pontos  $(t, f(t))$  que pertencem ao gráfico da função afim por partes, sempre que  $t$  for um ponto qualquer do domínio  $D$  da função.

Outro ponto de dificuldade para os estudantes, mas ignorado geralmente nas coleções, é que, por exemplo, as igualdades  $f(x) = x^2 + 3x - 4$  e  $f(t) = t^2 + 3t - 4$  definem exatamente a mesma função se seus domínios e o contradomínios forem iguais. Isso fica claro se lembrarmos de que a expressão analítica de uma função é simplesmente uma maneira simbólica de descrever de maneira concisa e exata a lei de correspondência que define a função. A lei de formação, nos dois casos, é “dado um número, eleve-o ao quadrado, some a esse resultado 3 vezes o mesmo número e do resultado assim obtido subtraia 4”. Vemos assim que, usando qualquer uma das duas expressões analíticas, os valores das funções para um mesmo elemento de seu domínio são iguais. Portanto, as funções são iguais. O mesmo se pode dizer para as expressões  $\cos(x), \cos(t), \cos(\theta)$ , ou  $e^x, e^t, e^\theta$ . Essa dificuldade se torna particularmente evidente quando os estudantes estudam simultaneamente Matemática e Física. Na primeira, adota-se geralmente a variável  $x$ ; e, na segunda, a variável  $t$ .

No Ensino Médio, são trabalhadas, com frequência, questões que envolvem porcentagens, acréscimos e descontos, juros simples e compostos, entre outros. Usualmente, para modelizar tais problemas reais, recorre-se às funções afim e exponencial, o que se constitui em uma aplicação prática relevante desses dois tipos de função. De modo geral, tem havido evolução positiva no tratamento desses e de outros temas da denominada Matemática financeira, superando-se abordagens com ênfase na aplicação direta de fórmulas. No entanto, ainda são necessários mais esforços para que a abordagem da Matemática financeira vá um pouco além das noções mais básicas desse campo, e sejam estudados temas como equivalência de taxas, fator de atualização e amortização. Essas aplicações da Matemática favorecem reflexões sobre questões sociais e econômicas relevantes e atuais, que colaboram com a formação do estudante para a cidadania.

Com respeito às conexões entre conteúdos, verifica-se que, nos livros didáticos para o Ensino Médio, quase sempre no primeiro volume, cada classe de funções – lineares, afins, quadráticas, modulares, exponenciais e logarítmicas, e trigonométricas – é tratada em capítulos separados, nos quais são estudados os tópicos: crescimento/decrescimento; estudo do sinal; equações; e inequações. O desenvolvimento da capacidade de modelagem de uma situação por uma função envolve também a fase de decisão crítica de qual classe de função mais se adequa à relação a ser modelada. Nesse sentido, sentimos falta de uma abordagem que integre as diferentes classes de funções e desafie o estudante a encontrar os modelos de funções.

Para tratar de outro tema unificador, considere-se uma função  $f: R \rightarrow R$ , que associa a um número real  $x$  o número real  $y$ ,  $y = f(x)$ . Tome-se, então, um número real  $a$  e formem-se as funções dadas por:

$$y = a + f(x); y = f(x + a); y = f(ax); y = af(x).$$

As relações entre o gráfico da função  $f$  e os gráficos das funções indicadas acima são uma rica fonte de conexões entre a representação simbólica e a representação gráfica das funções em jogo. Em particular, isso permite interpretar mudanças de variáveis como transformações geométricas no plano cartesiano. Esse tema tem sido abordado em livros didáticos para o Ensino Médio, mas, em geral, para poucas classes de funções. Um dos casos é a composição das citadas transformações aplicadas à função<sup>6</sup>  $y = \cos t$ , para obter a função:

$$y = a + b \cos (wt + c),$$

em que  $a$ ,  $b$  e  $c$  são números reais quaisquer e  $w$  é um número real positivo.

Observa-se que, apenas variando os parâmetros  $w$  e  $b$  nessa função, podem ser construídas funções periódicas de qualquer período e de qualquer amplitude. Ao variar, também, os outros dois parâmetros,  $a$  e  $c$ , e, dessa maneira, aumenta-se a classe de fenômenos periódicos que podem ser modelizados pela citada família de funções. Nos livros para o Ensino Médio, observa-se maior atenção ao estudo dessa família de funções como modelo para os fenômenos periódicos, o que é elogiável. A exploração de softwares de representação gráfica pode auxiliar esse estudo. No entanto, por ser ainda incipiente, é desejável que essa tendência seja aprofundada e estendida amplamente, no âmbito dos materiais didáticos para essa etapa do ensino.

As equações algébricas do 1º e do 2º grau, que são temas do ensino fundamental, têm sido retomadas e aprofundadas no livro do primeiro ano do Ensino Médio, mas nem sempre com a devida atenção. De fato, esses tópicos são importantes pelas suas aplicações, ao longo dos três anos, em outros conteúdos matemáticos e, mais ainda, em muitos assuntos de outros componentes curriculares. Além disso, as citadas equações articulam-se de modo natural com as funções afim e quadrática. Também nesse momento, o recurso aos gráficos cartesianos permite importantes conexões entre objetos matemáticos distintos e inter-relacionados: função, equação e figura geométrica. A esse res-

---

6. Pode ser escolhida, com os mesmos objetivos a função  $y = \sin t$ .

peito, é indispensável que o estudante compreenda, por exemplo, que dada uma função quadrática  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ,  $a \neq 0$ , o seu gráfico no sistema cartesiano ortogonal de coordenadas  $x$  e  $y$ , é o conjunto de pontos  $(x, y)$  tais que  $y = ax^2 + bx + c$ ,  $a \neq 0$ . Tal conjunto de pontos é uma parábola de eixo paralelo ao eixo dos  $y$  e diretriz paralela ao eixo dos  $x$ . Reciprocamente, dada qualquer parábola, podemos encontrar um sistema cartesiano ortogonal de coordenadas  $x$  e  $y$ , no qual a parábola é o gráfico de uma função quadrática definida por  $y = ax^2 + bx + c$ ,  $a \neq 0$ .

Desde o primeiro ano do Ensino Médio, uma ferramenta matemática que é útil em outros componentes curriculares são os sistemas de duas equações lineares com duas incógnitas. Seu estudo pode ser feito com simplicidade, nessa etapa, e em conexão com as posições relativas de um par de retas no plano cartesiano. Quase sempre, o tratamento das matrizes é feito no 2º ano do Ensino Médio e, em geral, seu estudo precede o dos sistemas de equações lineares. Com frequência, para atribuição de significado às matrizes, recorre-se às tabelas de dupla entrada, o que é adequado. No entanto, com essa abordagem, perde-se a oportunidade de uma contextualização significativa que pode ser estabelecida quando os sistemas lineares são trabalhados antes das matrizes. De fato, estas últimas surgem como uma ferramenta fundamental na resolução desses sistemas.

Muitos educadores criticam a inclusão de determinantes no Ensino Médio, apoiados no fato de esse conceito não ser atualmente uma ferramenta utilizada na resolução de sistemas lineares, por meio de programas computacionais, que é feita de modo muito mais eficiente pelo método do escalonamento. Outros sugerem que os determinantes sejam um tópico a ser estudado, ainda que na condição de assunto opcional. Argumentam que determinantes são essenciais no estudo de matrizes que, por sua vez, são ferramentas indispensáveis não apenas na resolução de sistemas lineares, mas em outros campos, como a combinatória. Além disso, determinantes podem ser associados à área de triângulos e ao volume de paralelepípedos, o que o faz presente na geometria analítica e no cálculo.

A despeito dessas opiniões divergentes sobre determinantes, há maior consenso quando se trata de criticar a abordagem desse conceito que predomina no nível médio, em que se privilegia o ensino de regras, raramente bem justificadas.

Em geral, a articulação entre sistemas lineares e geometria, no caso dos sistemas de equações lineares  $2 \times 2$  é bem conduzida. Nessas situações, cada equação do sistema representa uma reta no plano cartesiano e o sistema terá infinitas soluções, uma única ou nenhuma solução, a depender da posição de uma reta em relação a outra: coincidentes, concorrentes ou paralelas distintas.

No entanto, já não é tão simples realizar conexão análoga entre sistemas de equações lineares  $3 \times 3$  e as posições relativas de três planos no espaço tridimensional. Uma dificuldade vem de que, comumente, o estudo da equação cartesiana de um plano no espaço tridimensional não é feito no Ensino Médio. Em face disso, tem prevalecido uma abordagem meramente informativa para relacionar as possibilidades de solução de um sistema linear  $3 \times 3$  com as posições relativas de três planos no espaço, o que é insatisfatório do ponto de vista da aprendizagem.

No que se refere à resolução de sistemas lineares, o método de escalonamento, atualmente o mais indicado, vem recebendo atenção crescente no Ensino Médio. Além disso, a nomenclatura “sistema determinado”, “sistema impossível” e “sistema indeterminado”, poderia, vantajosamente, ser substituída por “sistema com uma única solução”, “sistema com infinitas soluções” e “sistema sem soluções”. Afinal, é isso que realmente se verifica quando se resolve um sistema pelo método do escalonamento da matriz aumentada do sistema.

Apesar de o método de escalonamento ser privilegiado na resolução de sistemas, há muito a avançar no ensino desse importante algoritmo para resolver sistemas, na medida em que as abordagens são muitas vezes centradas em apenas alguns exemplos, que não abrangem todas as situações possíveis. Além disso, um bom tópico opcional, ainda ausente nos livros, poderia ser a comparação entre o emprego de escalonamento e o de determinantes, do ponto de vista do número de operações envolvidas em cada um deles.

Nas obras didáticas, uma evolução bem-vinda, mas que ainda não se firmou, é o estudo da conexão das matrizes com as transformações geométricas no plano. Em alguns livros são tratados temas igualmente instigantes e atuais, como as aplicações das matrizes à computação gráfica e à programação linear. Contudo, no Ensino Médio, a abordagem das matrizes que predomina ainda é muito técnica e fragmentada.

## <GEOMETRIA>

Nas coleções aprovadas no PNLD 2018, observa-se que o estudo específico da geometria é feito em três momentos. Inicialmente, no livro do 1º ano, abordam-se as relações métricas e trigonométricas nos triângulos e os conceitos em que elas se apoiam. Tais conceitos são os de comprimento de segmentos, o de semelhança de figuras geométricas planas e de área dessas figuras; os dois teoremas centrais são os de Tales e o de Pitágoras. Como esses conteúdos fazem parte da grade curricular da etapa anterior da escolarização básica, justifica-se que sejam abordados como uma revisão no Ensino Médio. Em quase todas as obras aprovadas, porém, prevalece um tratamento descritivo dos conteúdos, com o foco em aplicações dos teoremas. Emprega-se uma argumentação que leva em conta o encadeamento lógico dos conceitos e procedimentos, mas se recorre pouco a demonstrações matemáticas detalhadas. Em geral, podemos dizer que, neste primeiro momento, o estudo de geometria é satisfatório, ainda que, em alguns casos, pudesse ser atenuado o caráter demasiadamente descritivo e a atenção excessiva à nomenclatura. Observam-se, também, algumas imprecisões nas demonstrações que devem ser evitadas.

No que respeita a esse tipo de argumentação lógica, o estudante volta a ser solicitado a estudar o caráter dedutivo da Matemática quando se aborda a geometria espacial de posição, porém muitas vezes sem os cuidados necessários. Isso acontece ao serem propostos conjuntos de axiomas, por vezes insuficientes para as deduções que são feitas posteriormente.

Além disso, as justificativas apresentadas para calcular o volume de prismas, em particular do paralelepípedo reto-retângulo, somente são válidas se as arestas forem comensuráveis entre si. É dispensável, no Ensino Médio, fazer uma demonstração completa da validade dessa fórmula, no entanto, é importante mencionar ser possível demonstrar que a expressão indicada aplica-se a qualquer paralelepípedo.

No estudo das figuras geométricas, acertadamente, tem sido priorizada a classificação em duas famílias distintas: as planas e as não planas (ou espaciais). Como sabemos, as primeiras são aquelas nas quais existe um plano contendo todos os pontos dessa figura; as figuras não planas são todas as demais. A classificação das figuras geométricas segundo sua dimensão, estudada nos livros aprovados, também é importante, mas as relações entre essas duas classificações ainda não têm sido abordadas de modo apropriado. Por exemplo, nem sempre fica claro que, em um cubo – figura geométrica não plana – podemos identificar: uma figura **tridimensional**, considerando os pontos interiores e os do contorno do cubo; uma figura **bidimensional**, tomando apenas o contorno do cubo; uma figura **unidimensional**, que reúne as arestas do cubo; e, finalmente, uma figura geométrica de **dimensão zero**, a união dos vértices do cubo. É fácil encontrarmos modelos para essas figuras geométricas no mundo físico, podendo-se indicar, respectivamente, um dado maciço, uma caixa cúbica oca, um esqueleto cúbico feito de canudos, ou uma disposição cúbica de partículas. Trata-se, aqui, de um bom momento, nem sempre aproveitado nos livros, para ressaltar um aspecto importante da linguagem matemática, porque não só os quatro conceitos matemáticos em foco como seus correspondentes modelos físicos podem ser denominados por uma única palavra: cubo.

Nos livros didáticos para o Ensino Médio, tem-se recorrido ao princípio de Cavalieri para calcular volumes, o que é bem apropriado, pois, de outro modo, seriam exigidos métodos infinitesimais. No entanto, é necessário cuidado ao empregar esse princípio. Nos livros, nem sempre se justifica de modo satisfatório a igualdade das áreas das seções dos sólidos em jogo, necessária para aplicação do referido princípio. Sabemos que, para tanto, precisamos recorrer de modo adequado aos conceitos geométricos de congruência e de semelhança entre superfícies, o que por vezes não se faz.

Ainda com respeito à geometria espacial, nota-se tendência análoga à encontrada na apresentação da geometria plana, que é a ênfase nas classificações e a carência de problemas instigantes. Em especial, recai-se em monótonas aplicações da álgebra nos exercícios sobre áreas e volumes. Somente em algumas obras, mas ainda de modo incipiente e não de todo livre de imprecisões, observa-se maior exploração da capacidade de visualização do estudante, tão necessária em estudos posteriores e em muitas profissões, como as ligadas à mecânica, à arquitetura e às artes. A apresentação de vistas de sólidos mais complexos é uma ótima oportunidade para exercitar a capacidade de visualização espacial dos estudantes. Porém, no Ensino Médio, geralmente não se tem contribuído suficientemente para o aperfeiçoamento das habilidades de desenho e de visualização de objetos geométricos espaciais. É necessário, assim, que se dê importância ao trabalho com diferentes perspectivas, projeções, cortes, planificações, entre outros recursos de representação dos objetos.

Em todas as obras aprovadas, estudam-se os poliedros que são, geralmente, definidos como figuras geométricas tridimensionais e, por isso, espaciais. Sabemos que as superfícies que compõem o contorno dessas figuras são também espaciais, mas não são tridimensionais e, sim, bidimensionais. A esse respeito, ao serem propostas atividades de planificação, é preciso deixar claro que elas visam à planificação da superfície do poliedro e não a do poliedro como um objeto tridimensional.

Nas coleções resenhadas neste Guia, aborda-se a Relação de Euler. Em todas elas, há cuidado na formulação da hipótese de convexidade do poliedro - e na indicação de que tal hipótese não é necessá-

ria para a validade da relação - bem como na apresentação de contraexemplos no caso de poliedros não convexos. No entanto, a Relação de Euler torna-se um tema mais relevante quando se estudam suas aplicações na Matemática. Uma das mais instigantes é a que conduz ao fato surpreendente de que só existem 5 poliedros regulares, os chamados Poliedros de Platão. Observa-se que muitas das coleções aprovadas tratam desse fato, mas outras o omitem e se restringem ao emprego direto da relação em exercícios corriqueiros e pouco estimulantes.

### <GEOMETRIA ANALÍTICA>

Desde suas origens, a geometria analítica é um campo privilegiado para as conexões entre a álgebra e a geometria. É sabido que a escolha de um sistema de coordenadas permite que se estabeleça uma estreita relação entre, de um lado, figuras geométricas e, do outro, equações (ou inequações) envolvendo as coordenadas dos pontos. Na geometria analítica, tanto se resolvem problemas geométricos recorrendo a métodos algébricos, quanto se atribui significado geométrico a fatos algébricos.

No Ensino Médio, comumente, a geometria analítica no plano concentra-se, inadequadamente, no 3º ano, ocasião em que se devem estudar reta, circunferência e cônicas no plano cartesiano. A despeito disso, no 1º ano, já são abordados tópicos relativos à distância entre pontos e também aos primeiros contatos com as equações da reta, da parábola e, por vezes, da circunferência. Um aspecto muito criticado, mas que persiste na abordagem da geometria analítica nas coleções, é a fragmentação dos conceitos. Por exemplo, no estudo da reta, vários tipos de equação – geral, reduzida, segmentária, paramétrica, entre outras – são apresentados isoladamente e com igual destaque, prejudicando-se, assim, uma abordagem mais integrada dessas equações.

Frequentemente, o estudo da circunferência e das cônicas não foge ao padrão de segmentação observado na abordagem da reta. O que atenua essa limitação é a atenção crescente que vem sendo dispensada ao método de completar quadrados com o objetivo de se obter a forma canônica da equação de uma circunferência. Para atribuir significado ao nome “cônicas”, é apropriado referir-se às seções planas de uma superfície cônica. No entanto, é preciso cautela para caracterizar o tipo de seção plana que gera uma hipérbole ou uma parábola em um cone de duas folhas.

São importantes as conexões da geometria analítica com outros tópicos como: gráficos de funções; representações geométricas dos sistemas lineares; matrizes de transformações geométricas. Tais conexões são valorizadas nas obras resenhadas e é uma tendência a ser aperfeiçoada.

### <ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE>

Os conhecimentos estatísticos, como é sabido, são cada vez mais necessários no cotidiano das pessoas. Suas aplicações são importantes nos vários ramos da tecnologia e das ciências exatas, naturais ou humanas. Em qualquer um deles, os resultados obtidos e as conclusões apresentadas baseiam-se em modelos que, por serem uma simplificação da realidade, são constantemente aperfeiçoados ou mesmo atualizados. A decisão de quais itens incluir, ou não, em um modelo, bem como a necessidade de trabalharmos com amostras ao invés de populações, implicam incerteza nas conclusões relativas a um evento. Essa incerteza permeia o raciocínio estatístico e é medida pela probabilidade



de ocorrência do evento em foco. É consenso entre os educadores que o estudo dessa condição de não determinismo no campo da estatística deve estar presente no cotidiano escolar, desde a escola básica, para formarmos cidadãos críticos e com autonomia de pensamento.

De modo sintético, o ciclo completo de uma pesquisa estatística é iniciado com uma questão de interesse, seguida das seguintes etapas: planejamento de pesquisa e/ou experimento; definição adequada da população e da amostra; coleta e organização de dados; análise descritiva, que inclui as análises gráficas e/ou tabulares, as distribuições de frequência e as medidas de tendência central e de dispersão, bem como outras análises pertinentes. Sua finalização acontece com tomadas de decisão em relação à questão inicial. Para essa conclusão, é possível construir, quando pertinente, uma análise de inferência formal por meio de argumentos de natureza probabilística.

No entanto, na escola básica, o que se pretende é o desenvolvimento de quase todas as etapas do citado ciclo, incluindo a parte descritiva. Com respeito ao desenvolvimento da inferência formal, esta deve ser postergada para outras etapas da escolaridade (pelo menos no atual estágio), dando lugar, no Ensino Médio ao que está sendo chamado, na literatura especializada, de inferência informal. Esta última encaminha sugestões sobre o possível comportamento das populações envolvidas, com base em argumentos sobre a análise dos resultados encontrados. As coleções aprovadas vêm abordando etapas do ciclo de pesquisa apropriadas ao Ensino Médio, mas há muito a evoluir no cumprimento adequado de todas essas etapas e, ainda mais, em propiciar ao estudante um entendimento integrado do mencionado ciclo.

Discute-se, na comunidade acadêmica, se é natural a estatística fazer parte dos currículos da Matemática no Ensino Médio. Porém, ao analisarmos as etapas do ciclo descrito acima, percebemos que alguns de seus componentes podem ser inseridos naturalmente na Matemática, mas, que outros, de natureza interdisciplinar, teriam espaço em outras instâncias e/ou componentes curriculares. Aceita essa observação, a estatística deveria extrapolar as amarras do componente curricular e ser uma ferramenta importante em projetos integrados com Sociologia, Biologia, Física, entre outros. Dessa forma, haveria mais possibilidades de se ampliar o leque de opções de aplicações em que o estudante pudesse questionar a realidade e aplicar o ciclo de análise estatística. A elaboração de projetos daria sentido a esse pensamento. Com esse objetivo, o Manual do Professor de muitas coleções traz propostas que podem ser levadas para a sala de aula, com grande proveito para o processo de ensino e aprendizagem.

Gráficos e tabelas são muito comuns nos livros didáticos para o ensino básico e alguns deles reservam capítulos específicos aos estudos mais detalhados dessas representações. Muitos livros didáticos para o Ensino Médio apresentam uma grande quantidade de gráficos e de tabelas produzidos na mídia. Embora presentes em algumas obras, são menos frequentes as propostas de coleta de dados pelos próprios estudantes, seguida da correspondente análise desses dados. Além disso, nem sempre é conduzido um estudo crítico adequado desses instrumentos de organização e de comunicação de informações, como se comenta nos parágrafos seguintes.

Os gráficos presentes nas obras raramente são acompanhados da discussão de aspectos importantes associados à análise descritiva, como: o grupo pesquisado (se é uma amostragem ou uma pesquisa censitária); a classificação da variável analisada (quantitativa ou qualitativa); a opção por trabalhar com frequência absoluta ou relativa e suas consequências; a escolha de escalas adequadas para os eixos; e as variáveis que estão sendo relacionadas em um mesmo gráfico.

Um tipo de representação gráfica que é frequente na estatística é o **histograma**, que deve ser usado somente para variáveis quantitativas cujos valores estão dispostos em classes. Um histograma não é um gráfico de barras, que é uma das representações apropriadas para variáveis qualitativas. Um histograma é um gráfico com retângulos justapostos, cuja base (no eixo das abscissas) representa o intervalo de classe associado à variável e a altura (no eixo das ordenadas) é proporcional à frequência de classe. O emprego de um histograma requer uma discussão da eventual necessidade de trabalharmos com diferentes valores na ordenada – frequência absoluta, frequência relativa ou densidade.

Como já foi dito, são pouco frequentes, nas obras, atividades que incentivam a análise crítica de representações de dados usadas na mídia ou em divulgação de pesquisas científicas. Igualmente, sentimos falta de comparações com outras formas de representação de dados e de uma crítica de possíveis interpretações equivocadas.

No Ensino Médio atual, observamos uma preferência pela caracterização de **média, mediana e moda**, como medidas de tendência central. Além dessa caracterização de uso corrente, há também a prática de chamá-las de medidas de posição, no sentido de poderem ser posicionadas diretamente no mesmo eixo em que as medidas são registradas. Esta última forma parece ajudar mais o estudante na compreensão do caráter da medida e de sua relação com os dados observados. O cálculo de medidas descritivas deveria ser analisado à luz do raciocínio estatístico e não meramente por meio dos resultados numéricos. Aprender técnicas de cálculo sem ser capaz de interpretar seus resultados é enfadonho e desnecessário.

Por exemplo, no caso de medidas de posição, o papel da mediana nem sempre é destacado nas obras didáticas como uma alternativa ao uso da média. Na verdade, a mediana é mais representativa do que a média para resumir dados notadamente assimétricos e temos uma possível indicação de simetria dos dados quando média e mediana coincidem. Como a média é muito influenciada por valores extremos, a mediana é uma substituta natural quando tal assimetria ocorre. É fundamental para o entendimento da mediana, enfatizarmos que ela é uma medida em que intervém a ordem, mas a menção de que os dados devem estar ordenados antes de seu cálculo nem sempre está explícita, para facilitar o entendimento do estudante. Outras medidas de posição, como quartis e percentis, não são exploradas no Ensino Médio e, entretanto, poderiam ser úteis na elaboração da inferência informal.

Ainda para variáveis quantitativas, são definidas as chamadas medidas de dispersão, que caracterizam a variabilidade presente nos dados. A mais simples das medidas, de imediato entendimento por parte dos estudantes, é a amplitude (diferença entre o valor máximo e o valor mínimo observados), raramente mencionada nos livros didáticos. Notamos que essa medida é usada em algumas coleções como mero instrumento para calcular o comprimento e o número de intervalos de classe de uma variável quanti-

tativa, para a construção de um histograma. Mas depois, na grande maioria dos casos, não se volta a ela como medida de dispersão. Não se trata de eleger a amplitude como a melhor medida de dispersão (ela tem fragilidades, como a de ignorar o *miolo* dos dados) e, sim, de iniciar o estudo com uma ideia intuitiva de variabilidade para iniciar a abordagem do tema.

Mesmo quando é feito o estudo da variância, do desvio padrão ou do desvio médio absoluto, suas interpretações não são valorizadas. Assim, esse estudo costuma ser reduzido a técnicas operatórias, com pouca discussão de seus significados para a compreensão dos dados. Somente em algumas obras didáticas para o Ensino Médio tem sido abordado o coeficiente de variação, uma medida de variabilidade relativa muito útil para comparar dispersão em conjuntos com médias diferentes. E mais: também no que se refere à análise descritiva, a profusão de exercícios é desnecessária.

No estudo da probabilidade, há pontos positivos em algumas obras didáticas, como maior cuidado na abordagem dos conceitos básicos e preocupação em associá-los a problemas reais e sugestivos. No entanto, por vezes, peca-se pelo exagero de exercícios com contextualizações inadequadas, ou demasiadamente artificiais, quando poderiam ser sugeridas, por exemplo, simulações em sala de aula (com lápis e papel ou com recursos tecnológicos, caso disponíveis) que enriqueceriam e motivariam os cálculos posteriores de probabilidade.

Embora ainda observemos que o estudo da probabilidade é precedido pelo estudo da análise combinatória, já são menos frequentes nas coleções capítulos longos e fragmentados sobre o tema. É certo que a contagem de possibilidades é uma ferramenta essencial para o estudo da probabilidade. No entanto, o estudante não deve ser levado a pensar que entender o conceito de probabilidade depende dessa preparação. Em contrapartida, os diagramas de árvore poderiam ser usados, em vários momentos em que o espaço amostral é pequeno, para facilitar a compreensão do estudante.

Quanto à definição de probabilidade, algumas obras trazem tanto a clássica quanto a frequentista, o que demonstra um entendimento positivo sobre a necessidade de obtermos definições que não tenham a limitação da definição clássica.

Em relação às noções básicas de probabilidade, observamos que, frequentemente, no Ensino Médio, não é apresentada, de maneira apropriada, a noção de independência probabilística entre dois eventos definidos em um mesmo espaço amostral. Nesse caso, é conveniente, antes da abordagem de independência, estudarmos o conceito de probabilidade condicional, e definirmos independência a partir da condicional. Há uma inversão que, apesar de não ser muito adequada, é muitas vezes encontrada: a de se “assumir”, a priori, que há independência entre os eventos e, então, aplicar a definição para cálculo da probabilidade.

O estudo da probabilidade e da estatística busca contribuir para o entendimento da realidade. Assim, é necessário que seu estudo permita ao estudante conhecer os pontos fortes da área e suas limitações e tenha claro que não há espaço para raciocínio determinístico em muitas decisões que, em última análise, afetam nossas vidas.

## <LINGUAGEM E ARGUMENTAÇÃO NA MATEMÁTICA PARA O ENSINO MÉDIO>

Nos tempos modernos, o desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos ocorreu paralelamente à criação de uma linguagem distinta da linguagem comum, com simbologia específica e “regras gramaticais” apropriadas para o discurso mais preciso. É comum usar-se a expressão *linguagem formal da Matemática* para se referir a tal linguagem, embora devamos estar atentos ao fato de que o termo ‘formal’ pode ser entendido de modo muito diversificado.

Na medida em que a complexidade dos conhecimentos foi aumentando, a linguagem formal da Matemática foi se tornando cada vez mais necessária para expressar devidamente as noções dessa ciência. Além disso, hoje em dia, parte dessa linguagem é utilizada pelas mídias e nas práticas sociais, tornando-se importante que todo o cidadão domine adequadamente o seu uso e os seus significados, não apenas para fazer Matemática, mas para o exercício pleno da cidadania. Outro consenso é que a escola deve procurar desenvolver, com o estudante, a capacidade de entender e de empregar a argumentação do tipo lógico-matemático.

Embora o aprofundamento da linguagem formal da Matemática e da argumentação lógico-matemática não seja requerido, no Ensino Médio, tem sido reiterada a relevância dessas competências na formação integral dos jovens, como parte de sua preparação básica: tanto para continuidade de estudos em ciência pura ou aplicada, quanto para ampliar as possibilidades de participação mais eficaz no mundo do trabalho e permitir o exercício pleno da cidadania. Com isso, pretende-se cumprir as três finalidades fundamentais previstas para o Ensino Médio.

Nas coleções aprovadas no PNLD 2018, ainda é preciso aperfeiçoar bastante o emprego da linguagem formal e o uso da argumentação matemática. A seguir, apontamos alguns aspectos que merecem especial atenção do docente, especialmente porque podem contribuir para tornar o aprendizado mais significativo.

Um primeiro tema a ser focalizado é o emprego do sinal de igualdade. A igualdade é uma relação fundamental, representada pelo conhecido símbolo ‘=’. Escrever ‘ $a = b$ ’ é, basicamente, afirmar que  $a$  e  $b$  são representações simbólicas distintas para um mesmo objeto matemático. Assim, o sinal de igualdade nos diz que  $a$  e  $b$  são “nomes” diferentes referidos à mesma “coisa”. Portanto, incorremos em mau uso do símbolo ‘=’ quando escrevemos:  $\pi = 180$ . Com efeito, o estudante pode ser induzido à ideia errônea de que os números  $\pi$  e  $180$  são iguais, o que é impossível, pois o primeiro é um número irracional e o segundo é um inteiro. O que deveríamos escrever é  $\pi \text{ rad} = 180^\circ$ , cujo significado é o de ser a igualdade entre dois valores da mesma grandeza, a amplitude de um ângulo, medida nas unidades radiano e grau, respectivamente.

Em outra situação, também é incorreto escrevermos:  $\pi = 3,14$ . De fato, um número irracional não pode ser igual a um número racional. Na Matemática e em suas aplicações, é sempre possível empregar, neste caso, a representação  $\pi \cong 3,14$ . Com isso, indicamos que o segundo termo é uma aproximação numérica racional do número irracional  $\cong$ .

Outro tópico relevante diz respeito ao ensino do método axiomático. Os primeiros registros do seu emprego remontam à antiguidade grega e, em lenta evolução, esse método foi se tornando o padrão de rigor lógico da Matemática. No século XIX, seu desenvolvimento passou pela retomada da discussão sobre paradoxos e pelo reestudo dos fundamentos da Matemática.

É importante para a formação geral no Ensino Médio, que os estudantes tenham oportunidade de um contato, não exaustivo, mas significativo, com o método axiomático das validações matemáticas. Essa seria uma boa maneira de favorecer, em aulas de Matemática, o desenvolvimento do que é usualmente chamada de “argumentação lógica”.

Uma teoria axiomática envolve objetos de algum universo abstrato particular, que podem ser figuras geométricas, números ou, mais geralmente, elementos de conjuntos abstratos. Partimos de **objetos primitivos**, não definidos, aos quais atribuímos um nome (exemplos: ponto, reta, plano, variável, constante, conjunto, conjunto vazio). Ao lado disso, há as relações denominadas **axiomas** (ou **postulados**), entre tais objetos e que não são demonstradas. Inevitavelmente os nomes dos objetos primitivos são “influenciados” pelos significados ligados ao seu uso na linguagem natural. No entanto, tais significados não importam para o seu uso na teoria axiomática. Os axiomas é que vão regular o uso dos objetos primitivos no corpo da teoria. Dessa forma, os axiomas determinam as propriedades suficientes para o funcionamento das relações básicas entre os objetos primitivos. Em seguida, sequências de dedução lógica permitem definir outros objetos e demonstrar proposições que vão, progressivamente, compondo uma teoria axiomática.

Nesse processo, as demonstrações (ou deduções) são sequências de proposições matemáticas, nas quais qualquer uma delas é um axioma ou uma proposição que decorre logicamente de proposições já demonstradas anteriormente. O último elemento dessa sequência é a proposição alvo da demonstração, que comumente chamamos de teorema.

Frequentemente, o teorema desejado é uma proposição do tipo: “Se  $P$ , então  $Q$ ”, em que  $P$  e  $Q$  são proposições da teoria com a qual trabalhamos. Sendo esse o caso, suponhamos a validade de  $P$  e, quando necessário, adicionemos proposições válidas na teoria (axiomas ou proposições já demonstradas), bem como utilizemos as regras de inferência lógica admitidas. Se conseguirmos, dessa forma, obter a validade de  $Q$ , então podemos concluir que o teorema “Se  $P$ , então  $Q$ ” foi demonstrado. Nesse caso, chamamos  $P$  de *hipótese* e  $Q$  de *tese* do teorema.

Dada uma proposição “Se  $P$ , então  $Q$ ”, a proposição “Se  $Q$ , então  $P$ ” é denominada recíproca da primeira. Uma observação relevante é que existem proposições válidas cuja recíproca não o é.

Suponhamos, por exemplo, a proposição: “Em um plano, se  $r_1$ ,  $r_2$  e  $r_3$  são retas distintas e paralelas duas a duas, e se  $t$ ,  $u$  são retas que cortam  $r_1$ ,  $r_2$  e  $r_3$ , então os segmentos correspondentes, determinados pelas três paralelas nas retas  $t$  e  $u$  são proporcionais”. Essa é uma das versões do conhecido Teorema de Tales, que é demonstrado em muitos livros didáticos. A recíproca desse teorema é: “Em um plano, se três retas  $r_1$ ,  $r_2$  e  $r_3$  são cortadas por duas retas,  $t$  e  $u$ , de maneira que os segmentos de-

terminados pelas três retas nas retas  $t$  e  $u$  são proporcionais, então as três retas são paralelas, duas a duas”. Tal proposição é falsa. De fato, como contraexemplo dessa recíproca podemos considerar o vértice  $A$ , oposto à base de um triângulo isósceles, e tomar para  $r_1$ ,  $r_2$  e  $r_3$  as retas que passam no ponto  $A$  e são determinadas pelos dois lados e pela altura desse triângulo. Essas retas não são paralelas, mas determinam, em quaisquer duas retas paralelas à base do triângulo, segmentos de mesmo comprimento e, portanto, de mesma razão, igual a 1.

Quando podemos demonstrar tanto a proposição “Se  $P$ , então  $Q$ ” quanto a sua recíproca “Se  $Q$ , então  $P$ ”, dizemos que as proposições  $P$  e  $Q$  são logicamente equivalentes. Na linguagem formal da Matemática escrevemos: “ $P$  se, e somente se,  $Q$ ”. No que se refere à teoria axiomática em jogo, podemos utilizar qualquer uma das duas proposições  $P$  ou  $Q$  nas deduções dessa teoria.

Na abordagem desse tema, o fato de que a proposição e sua recíproca são verdadeiras, não nos dispensa de mencionarmos, para os estudantes, suas demonstrações. Por exemplo, tomemos a proposição: “Se uma matriz quadrada é invertível, então seu determinante é diferente de zero”. A prova dessa proposição é apresentada nos livros didáticos. Sua recíproca também é verdadeira: “Se o determinante de uma matriz quadrada é diferente de zero, então a matriz é invertível”. No entanto, por vezes, a demonstração dessa recíproca não é sequer mencionada. O que agrava essa omissão é que, em seguida, passa-se a empregar a proposição recíproca na resolução de problemas. Induz-se, dessa forma, à confusão entre uma proposição e sua recíproca, o que é prejudicial para a aquisição da argumentação matemática.

## <METODOLOGIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM>

Ao lado da observação dos conteúdos matemáticos e do modo como são abordados, a avaliação de um livro didático ocupa-se, também, da análise da metodologia de ensino e aprendizagem nele adotada. Nessa análise, busca-se identificar de que forma as escolhas pedagógicas foram trabalhadas e se efetivam, tanto na apresentação e na sistematização dos conteúdos quanto no que concerne às estratégias de participação do estudante e às competências básicas a serem desenvolvidas. Procura-se, ainda, verificar quais recursos didáticos são utilizados, e a natureza das atividades propostas.

A avaliação das coleções aprovadas no PNLD 2018 revelou certa uniformidade no que diz respeito às propostas metodológicas desenvolvidas. Embora possam ser identificadas particularidades em cada obra específica, há um traço geral que as caracteriza: nos capítulos (ou nas unidades) há uma ou duas páginas de abertura que incluem textos, imagens, questões, ou informações gerais, relacionadas com conteúdo a ser estudado. Os textos iniciais objetivam contextualizar os conteúdos e mobilizar o interesse dos estudantes para refletir sobre o que será estudado. Seguem-se as explanações teóricas, com apoio em exemplos ou exercícios resolvidos, que são completados por exercícios propostos.

Predominante nos livros didáticos para o Ensino Médio, nos últimos anos, essa escolha metodológica tem sido acompanhada de limitações pedagógicas. Inicialmente, nota-se que as conexões

entre os temas abordados nas aberturas e os conteúdos trabalhados ao longo de capítulos, ou unidades, nem sempre são adequadas. Além disso, esses temas raramente são retomados ao longo dos livros, apesar de muitos deles serem instigantes.

Outra observação a ser feita é que, em geral, as sistematizações são apresentadas muito rapidamente, por meio de definições, seguidas de exemplos ou de exercícios resolvidos, que são tratados como modelos a serem considerados na resolução dos exercícios propostos. Essa opção não é muito estimulante e limita as possibilidades de o estudante acompanhar o texto didático com suas próprias reflexões e indagações. Além disso, pouco contribui para um trabalho de sala de aula que favoreça a reflexão sobre os conteúdos e as discussões de possíveis soluções para as questões propostas, e que possibilite a atribuição de significados aos conhecimentos estudados.

Nota-se, ainda, que todas as obras apresentam a Matemática como um produto finalizado, em que tudo já é conhecido, restando-nos apenas aprendê-la, sem que possamos interferir no seu desenvolvimento. Não há, por exemplo, menção a problemas que são objeto de estudos há muito tempo, mas que ainda não foram completamente resolvidos pelos matemáticos. Raramente, os estudantes são confrontados com a ideia de que a Matemática é um organismo vivo – mesmo diante do fato de que, no século XX, produziu-se mais Matemática que em todos os séculos anteriores e o interesse por essa ciência continua mais vivo do que nunca.

As obras didáticas para o Ensino Médio incluem, comumente, um grande número de questões a serem estudadas pelos estudantes. Em diversas obras aprovadas para o PNLD 2018, observa-se excesso de exercícios propostos, o que pode afastar o interesse do estudante por esse componente curricular e exigirá, do professor, uma cuidadosa escolha dos exercícios a serem trabalhados em cada tópico.

No mesmo sentido, a predominância de exercícios repetitivos baseados na aplicação de exemplos apresentados no texto, pode, igualmente, dificultar o genuíno interesse pela Matemática. Isso porque, o estudante não exerce, devidamente, sua capacidade de decisão sobre quais conceitos podem ser mobilizados e qual estratégia de resolução é possível escolher. Essa capacidade é essencial para a realização de atividades matemáticas com compreensão. No entanto, são poucos os livros didáticos destinados ao Ensino Médio que exploram, de forma satisfatória, a utilização de diferentes estratégias na resolução de problemas e a verificação de processos e de resultados pelos estudantes. Igualmente, não são frequentes as atividades propostas que favorecem o desenvolvimento de capacidades básicas de inferir, conjecturar, argumentar e provar. E mais, as competências para organizar, analisar e sintetizar são insuficientemente demandadas em muitas obras didáticas. Além disso, na maioria das coleções não são exploradas questões nas quais haja falta ou excesso de dados e, também, aquelas com várias soluções, que são bons momentos para discussão e enriquecem a aprendizagem.

Quanto aos recursos didáticos, o uso de ferramentas tecnológicas ainda é um terreno pouco explorado no Ensino Médio atual. Por exemplo, nas obras analisadas, o emprego da calculadora

é frequente, porém comumente voltado para a realização e a conferência de cálculos, em detrimento de outras possibilidades de trabalho.

Entre os outros recursos tecnológicos, de forma geral, há boas sugestões de utilização de softwares livres. Contudo, na maioria das obras, raramente é destacado o uso de instrumentos de desenho na aprendizagem de conceitos geométricos.

## <CONTEXTUALIZAÇÃO>

De modo geral, as coleções aprovadas apresentam contextos pertinentes, tanto em relação a práticas sociais quanto a outras áreas do conhecimento. Isso ocorre no desenvolvimento dos conteúdos e na proposição de exercícios. Em quase todas as obras, encontram-se bons textos que remetem às práticas sociais e à formação para a cidadania. Mas não há reflexões significativas sobre o papel da Matemática no contexto social, na medida em que não se esclarece de que modo os conteúdos e conceitos dessa ciência podem ser utilizados para melhor entendimento dos fenômenos do mundo físico e social.

No caso de contextualizações ligadas à história da Matemática, há obras didáticas em que se encontram breves informações, com ênfase na identificação dos personagens envolvidos no desenvolvimento de um determinado tema e suas localizações no tempo histórico. No entanto, sabe-se que é possível atribuir significado a conteúdos matemáticos considerando-se tanto evolução histórica dos conceitos e de suas inter-relações no âmbito da Matemática, quanto das motivações e necessidades sociais, econômicas e científicas que levaram ao avanço dessa ciência.

## <MANUAL DO PROFESSOR>

Os pressupostos teórico-metodológicos que norteiam a coleção são, de modo geral, bem explicitados nos manuais das obras aprovadas no PNL 2018. Além disso, eles oferecem boas contribuições para a formação docente, por serem compatíveis com as tendências mais atualizadas da Educação Matemática.

Também é esperado que o Manual do Professor contenha orientações didáticas importantes para auxiliar o trabalho do professor em sala de aula. Essa condição é satisfatória em diversas coleções aprovadas, as quais apresentam boas orientações, tanto no que diz respeito à avaliação da aprendizagem e ao desenvolvimento das atividades, quanto ao uso do livro e de outros recursos didáticos. Além disso, encontram-se boas reflexões sobre o papel da avaliação e sobre alguns dos aspectos a serem observados nesse processo, além dos diferentes instrumentos que podem ser utilizados.

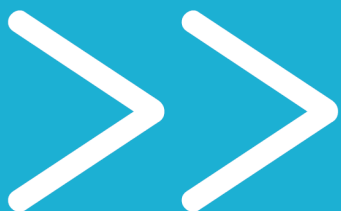
Acertadamente, a maioria das obras inclui sugestões de atividades extras para os estudantes, como problemas, jogos, leitura de textos, pesquisas, bem como sugestões de leituras diversificadas e úteis para a formação continuada do professor. Vale lembrar, ainda, que todas as coleções aprovadas apresentam respostas e resoluções para a totalidade dos exercícios no Manual do Professor.







RESENHAS  
DE MATEMÁTICA

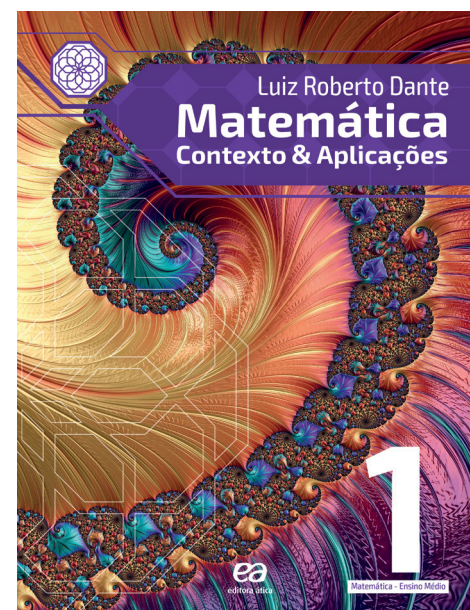


# MATEMÁTICA - CONTEXTO & APLICAÇÕES

LUIZ ROBERTO DANTE

EDITORA ÁTICA  
3ª edição - 2016

0008P18023



## VISÃO GERAL

A apresentação dos conteúdos apoia-se em imagens e textos que buscam motivar os estudantes. O desenvolvimento de conceitos e procedimentos é feito por meio de explicações teóricas, que incluem exemplos e resolução de exercícios. Em seguida, são propostas questões de fixação ou de aplicação.

Embora essa abordagem possa limitar uma construção mais autônoma dos conhecimentos matemáticos, há questões que instigam a argumentação, a formulação de hipótese e as generalizações.

Encontram-se, também, boas articulações de conteúdos com situações da prática social, da própria Matemática, e de outras áreas do saber, em especial aquelas que compõem as Ciências da Natureza. O **Manual do Professor** contém discussões interessantes para a formação docente. Destacam-se, ainda, as sugestões relativas à história da Matemática, ao trabalho interdisciplinar e ao consumo responsável.



## DESCRIÇÃO DA OBRA

Os livros organizam-se em quatro unidades, subdivididas em capítulos. Estes sempre são iniciados por imagens e pequenos textos, relativos à temática a ser estudada. Em geral, a apresentação dos conteúdos é feita em breves explicações, seguidas de exercícios resolvidos e outros propostos. Ao longo dos capítulos, são encontradas as seções *Leitura; Um pouco mais; Matemática e tecnologia; Outros contextos*, que apresentam temas de ampliação cultural e atividades interdisciplinares. Há, ainda, *Vestibulares de Norte a Sul e Pensando no ENEM*. Questões adicionais e dicas são incluídas nos boxes *Para refletir, Você sabia?* e *Fique atento*. Ao final dos volumes, são apresentadas as seções *Caiu no ENEM, Respostas, Sugestões de leituras complementares, Significado das siglas de vestibulares, Bibliografia e Índice remissivo*.

O **Manual do Professor** traz uma cópia do **Livro do Estudante**, com respostas para os exercícios, além de comentários. Inclui, ainda, um caderno de orientações didático-pedagógicas, composto de itens comuns aos volumes e específicos a cada um deles. Entre os primeiros, há textos sobre a história do ensino da Matemática no Brasil, pressupostos teóricos e metodológicos para o ensino da Matemática e estratégias de avaliação, além de sugestões de leituras, de uso de recursos digitais e as referências bibliográficas, entre outros. Nos itens específicos, encontram-se orientações para o trabalho, indicações de atividades complementares e as resoluções dos exercícios, organizadas por capítulo.

Na obra, trabalham-se os conteúdos:

1º ANO – 4 UNIDADES - 8 CAPÍTULOS – 288 PP.	
UNIDADE 1	
1	Números: usos; noção de conjunto; conjuntos numéricos: naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais; linguagem de conjuntos; intervalos.
2	Função: história, noção, definição, domínio, contradomínio e imagem, real, gráfico, crescente e decrescente, injetiva, sobrejetiva e bijetiva; coordenadas cartesianas; funções e sequências.
UNIDADE 2	
3	Função afim: definição, taxa de variação, gráfico, conexão com a geometria analítica, zeros, estudo do sinal e inequações do 1º grau; conexões com progressão aritmética, Física, proporcionalidade e escala; funções afim por partes; função modular.
4	Função quadrática: definição, zeros, gráfico, vértice, máximo e mínimo, estudo do sinal e inequação, conexões com Física e com progressão aritmética.
UNIDADE 3	
5	Potenciação; radiciação; função exponencial: definição, gráfico, conexão com progressões; equações e inequações exponenciais; relação com o número irracional.
6	Logaritmo; função inversa; função logarítmica: definições, propriedades e gráficos; equações e inequações logarítmicas.

UNIDADE 4	
7	Sequências; progressão aritmética; progressão geométrica.
8	Trigonometria no triângulo retângulo: semelhança, teorema de Tales, relações métricas e trigonométricas no triângulo retângulo.

2º ANO – 4 UNIDADES - 10 CAPÍTULOS – 280 PP.	
UNIDADE 1	
1	Trigonometria em triângulos quaisquer: seno, cosseno, lei dos senos, lei dos cossenos.
2	Conceitos trigonométricos básicos: arcos e ângulos, circunferência trigonométrica, arcos côngruos.
3	Funções trigonométricas: ideias de seno, cosseno e tangente; redução ao 1º quadrante, noção geométrica de tangente; função seno; função cosseno; senoide.
UNIDADE 2	
4	Matriz: história, definição, representação, igualdade, operações, transposta, determinante, inversa; matrizes especiais; aplicações: geometria e coordenadas, transformações geométricas, criptografia.
5	O método chinês; sistemas lineares dois por dois; equações lineares; sistemas de equações lineares: solução, classificação, escalonamento, equivalência, discussão.
UNIDADE 3	
6	Polígonos regulares inscritos na circunferência; área de figuras planas: ideia intuitiva, quadrado 1cmX1cm como unidade de medida; área: quadrado, retângulo, paralelogramo, triângulo, trapézio, losango, polígono regular, círculo e setor circular e sua relação com o número $\pi$ , cálculo aproximado; razão entre áreas de polígonos semelhantes.
7	Posições relativas entre: ponto e reta, ponto e plano, entre retas no espaço, dois planos, reta e plano; determinação de um plano; projeção ortogonal; distâncias.
8	Poliedros: convexos, não convexos, relação de Euler, regulares; prisma e pirâmide: definições, área de superfície, volume; princípio de Cavalieri.
UNIDADE 4	
9	Análise Combinatória: princípio fundamental da contagem, fatorial, permutações, arranjos, combinações, número binomiais, triângulo de Pascal, binômio de Newton.
10	Probabilidade: fenômenos aleatórios, espaço amostral, eventos, evento certo, impossível, eventos mutuamente exclusivos, cálculo da probabilidade, definição, probabilidade condicional, eventos independentes, método binomial, aplicação à genética.

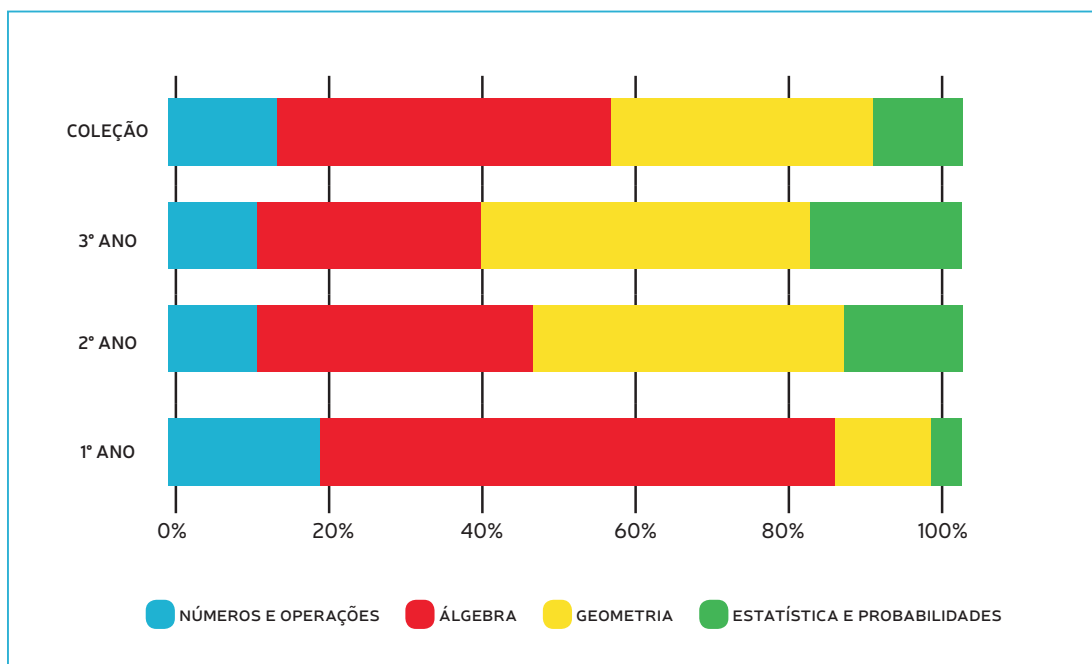
3º ANO – 4 UNIDADES - 10 CAPÍTULOS – 264 PP.	
UNIDADE 1	
1	História do dinheiro; matemática financeira: porcentagem, fator de atualização, juros simples e compostos, juros e funções, equivalência de taxas.
2	Estatística: termos de uma pesquisa, tabelas, gráficos, medidas de tendência central, medidas de dispersão; estatística e probabilidade.

UNIDADE 2	
3	Cilindro, cone e esfera: definições, seções, tronco de cone, área de superfícies, volume.
4	Geometria analítica: introdução histórica, sistema cartesiano, distância entre pontos, ponto médio de um segmento, condição de alinhamento; reta: inclinação, coeficiente angular, equações, posições relativas entre retas, distância de ponto a reta; área de uma região triangular; aplicações à geometria plana.
5	Circunferência: definição e equação, posições relativas entre retas e circunferência, problemas de tangência, aplicações à geometria plana.
UNIDADE 3	
6	Seções cônicas parábola, elipse e hipérbole: noções, definições, elementos, equações; Fermat e a geometria analítica.
7	Conjuntos numéricos; números complexos: usos, conjunto, forma algébrica, conjugado, divisão, representação geométrica, módulo, forma trigonométrica, operações, aplicação à geometria.
UNIDADE 4	
8	Polinômios: definição, função polinomial, valor numérico, igualdade, raiz, operações.
9	Equações algébricas: definição, elementos, teorema fundamental da álgebra, decomposição, relação de Girard, equações algébricas de grau maior que 3; raízes racionais e complexas.
10	Relações e equações trigonométricas: identidades, fórmulas de adição, do arco duplo e do arco metade, equações trigonométricas.



## ANÁLISE DA OBRA

### <ORGANIZAÇÃO DOS CONTEÚDOS>



Na coleção, a seleção dos conteúdos dos diferentes campos da matemática escolar é satisfatória. Em relação à distribuição dos temas de estudo, no volume do 1º ano, verifica-se uma atenção maior no trabalho com álgebra, em prejuízo dos conteúdos de estatística e probabilidade. Nos demais volumes, a distribuição dos conteúdos por campo é equilibrada.

## <ABORDAGEM DOS CONTEÚDOS>

### <NÚMEROS>

No volume 1, há um tratamento adequado das representações e simbologias relativas aos conjuntos. O estudo dos conjuntos numéricos é feito por sistematizações, mas quase sempre baseadas em definições e em poucos exemplos.

O estudo do número irracional se inicia, no volume 1, por meio da exploração intuitiva de alguns exemplos e referências históricas. Demonstra-se, apropriadamente, a irracionalidade do número  $\sqrt{2}$ . No volume 3, trabalha-se a ideia de que a necessidade de ampliação do conjunto dos números reais motivou o desenvolvimento dos complexos. Esses números são explorados em suas representações algébrica, geométrica e trigonométrica. Algumas articulações entre álgebra, geometria e trigonometria, são apontadas. Mas o tratamento das operações com números complexos é essencialmente algébrico, feito com base em definições e aplicações de fórmulas, sem aplicações relevantes.

A análise combinatória é desenvolvida por meio de problemas diversificados e atuais. O princípio multiplicativo e os diagramas de árvore são usados na resolução de problemas e na explicação de procedimentos de contagens, em situações que envolvem noções de permutação e arranjos. Isto favorece a compreensão dos conceitos e de fórmulas, por exemplo.

### <ÁLGEBRA>

O estudo da álgebra inicia-se com a abordagem de funções, apoiada na história da Matemática. O conceito é explorado de modo pertinente, como expressão da relação de dependência entre duas grandezas ou entre elementos de dois conjuntos.

As funções afim, quadráticas, exponencial e logarítmica, são desenvolvidas com base em contextualizações e sistematizações pertinentes. As funções seno e cosseno, por sua vez, são sistematizadas e apresentadas como modelos aproximados de fenômenos periódicos, o que contribui para a atribuição de significados a ambas.

Acertadamente, sequências numéricas são definidas como funções e as progressões aritméticas e geométricas são relacionadas com as funções afim e exponencial, respectivamente. As noções de matemática financeira são relacionadas a contextos históricos e a situações cotidianas. Além disso, são feitas boas associações entre juros simples e a função afim, e entre juros compostos e a função exponencial.

No estudo das matrizes, recorre-se a tabelas de dupla entrada, que mostram dados de situações reais. Abordam-se as aplicações na criptografia e exemplos de transformações geométricas no plano cartesiano. No trabalho com sistemas lineares, há interpretações geométricas interessantes e mostram-se boas aplicações à Química e à Biologia.

## <GEOMETRIA>

Em geometria plana, estuda-se inicialmente a noção de semelhança de triângulos, que é utilizada na dedução das relações métricas e trigonométricas no triângulo retângulo, incluindo o teorema de Pitágoras. A demonstração do teorema de Tales é feita para segmentos de medidas racionais, observando-se que o resultado também é válido para segmentos incomensuráveis. O cálculo de distâncias é bem contextualizado historicamente, mas há poucas sugestões de atividades que favoreçam experimentos práticos.

As noções da geometria espacial de posição são bem sistematizadas, mas exploradas de forma excessiva e sem atividades significativas. No estudo dos sólidos geométricos, exploram-se as relações entre seus elementos, além dos processos de cálculo da área de superfícies e o cálculo do volume de sólidos. Neste último, parte-se da fórmula que permite calcular o volume de blocos retangulares para, em seguida, usando o Princípio de Cavalieri, serem deduzidas fórmulas para os volumes da maior parte dos outros sólidos estudados, o que contribui para a construção do conhecimento pelos estudantes.

O estudo da geometria analítica é iniciado com referências históricas que enfatizam a importância da integração entre a geometria e a álgebra. Os conceitos de ponto, reta, circunferência, elipse, hipérbole e parábolas, são desenvolvidos em discussões apropriadas, ressaltando-se as articulações entre os aspectos geométricos e algébricos dessas figuras.

## <ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE>

As noções básicas da estatística são desenvolvidas em situações contextualizadas relativas à análise e à organização de dados em tabelas e gráficos. No entanto, poucas atividades se voltam à consolidação das etapas de uma pesquisa e faltam discussões sobre que tipo de gráfico é mais adequado a cada situação.

As medidas de tendência central e de dispersão são trabalhadas por meio de atividades contextualizadas e ênfase nos procedimentos de cálculo. Mas os seus significados não são discutidos, o que dificulta o entendimento de qual das medidas é a mais apropriada para cada circunstância.

A probabilidade é abordada de modo intuitivo. Não há, porém, reflexões significativas sobre a “incerteza”, conceito fundamental para a compreensão daquele conceito. As ideias de espaço amostral e evento são estudadas em contextos de lançamento de dados, culminando com as apresentações da definição de probabilidade e de algumas de suas propriedades. A exploração da ideia de estimativa da probabilidade, com o uso da frequência relativa para fazer previsões, é acertada.

## <METODOLOGIA DO ENSINO E APRENDIZAGEM>

Na abertura dos capítulos, imagens e pequenos textos buscam despertar o interesse dos estudantes pelo que será estudado. A apresentação dos conteúdos é feita por meio de explicações teóricas, seguidas de exercícios resolvidos, de fixação ou de aplicação. Há questões que dão oportunidade para os estudantes argumentar, formular hipóteses e generalizar. No entanto, poucas são as oportunidades de construção autônoma dos conceitos.



Há boas articulações entre o conhecimento novo e o já abordado, como entre progressões geométricas e funções exponenciais. A integração entre os campos da matemática escolar é, igualmente, bem explorada, em especial, entre conteúdos de números e de geometria com os de álgebra.

São propostas questões interessantes, baseadas em contextos sociais ou da própria Matemática, que favorecem o debate e a interação entre os estudantes. No entanto, nem sempre são oferecidos subsídios para tais discussões, em especial as de cunho social.

Os usos de recursos tecnológicos, como softwares, são tratados nas seções denominadas *Matemática e tecnologia*, mas não se discute a sua utilização em situações mais desafiadoras. A calculadora é, geralmente, empregada para a realização de cálculos, em especial no trabalho com a matemática financeira.

### <CONTEXTUALIZAÇÃO E INTERDISCIPLINARIDADE>

As conexões na própria Matemática são bastante enfatizadas na obra, mas também são feitas sugestões de um trabalho interdisciplinar, em especial com a Física. A compreensão da Matemática como uma criação social de diversas culturas, ao longo da história, está presente nas apresentações dos conteúdos e em seções específicas.

### <FORMAÇÃO PARA A CIDADANIA>

Na coleção são apresentados atividades e textos variados que podem favorecer o desenvolvimento crítico do estudante e a formação para a cidadania, como os que trazem reflexões sobre a poluição sonora e a automedicação. No entanto, a maioria deles é apenas pretexto para a exploração dos aspectos matemáticos focalizados.

### <PROJETO EDITORIAL, PROJETO GRÁFICO E LINGUAGEM>

Em geral, as páginas mostram uma hierarquização adequada, no que diz respeito a títulos, intertítulos, sinalização de itens e boxes de conteúdos. No entanto, a maioria delas é carregada de textos, ou de exercícios, o que não favorece a leitura. As imagens são numerosas, pertinentes, e trazem legendas informativas. Mas nem sempre contribuem para deixar as páginas mais leves.

### <MANUAL DO PROFESSOR>

O **Manual do Professor** traz reflexões interessantes sobre o papel do Ensino Médio na formação do estudante. Há, também, discussões relevantes sobre questões educativas, éticas e de cunho social. Destacam-se, ainda, os textos sobre a história da Matemática, a interdisciplinaridade e práticas de consumo. Na parte específica para cada volume, encontram-se sugestões de atividades complementares, mas são raras as orientações para o uso do **Livro do Estudante**, que auxiliem efetivamente na dinâmica do trabalho a ser efetuado em sala de aula.



## EM SALA DE AULA

---

Alguns aspectos dos tópicos matemáticos propostos são imediatamente tratados por meio de uma atividade resolvida. Assim, é aconselhável que o docente inclua em seu planejamento questões que possam contribuir para uma participação mais ativa do estudante na construção dos conceitos explorados.

Em todos os livros, encontram-se atividades e sugestões de leituras de textos baseados em temas sociais e da atualidade, mas que não contribuem diretamente para o desenvolvimento de posturas críticas e voltadas para a formação cidadã do estudante. Em vista disso, é recomendável a elaboração de atividades complementares ou questionamentos que favoreçam, de fato, essas posturas.

Especialmente nas seções denominadas *Matemática e tecnologia*, há atividades que incentivam o uso de recursos tecnológicos. No entanto, é importante que o professor busque formas de enriquecer as discussões e possa elaborar questões que propiciem um uso mais significativo dessas ferramentas e não o simples manuseio.

# QUADRANTE - MATEMÁTICA

DIEGO PRESTES  
EDUARDO CHAVANT

SM  
1ª edição - 2016

0070P18023



## VISÃO GERAL

No conjunto dos três livros, é satisfatória a atenção dedicada a cada um dos quatro campos da matemática escolar. Contudo, quando se examina cada livro individualmente, a álgebra se concentra demasiadamente nos dois primeiros volumes e a geometria, no terceiro. Além disso, em face de sua relevância para a formação do estudante, os conteúdos de estatística e probabilidade poderiam receber maior espaço na obra.

Há pontos com abordagens criativas. No estudo das funções, por exemplo, destacam-se a translação de gráficos e as articulações entre conceitos, como as realizadas entre juros e proporcionalidade. Entretanto, em outros momentos, observa-se excessiva valorização da aplicação de fórmulas.

A importância do uso das tecnologias no ensino e aprendizagem é ressaltada ao final de cada volume, em seções com formato tutorial. As orientações estão voltadas ao emprego da calculadora científica e de um software gratuito. No entanto, pouco se integram aos conteúdos abordados na obra.



## DESCRIÇÃO DA OBRA

Cada volume é organizado em quatro unidades, iniciadas com a apresentação dos temas a serem estudados. Cada unidade é composta por capítulos estruturados em tópicos, que contêm a explanação dos conteúdos, os exemplos e a seção *Atividades resolvidas*. Os capítulos incluem, ainda, as seções *Atividades*. Encontram-se, ao longo dos livros da coleção, as seções especiais: *Valores em ação*, em que são abordados temas da sociedade contemporânea; *Ampliando fronteiras*, com textos de divulgação científica relacionados à Matemática; *Verificando rota*, em que são feitas revisões do conteúdo da unidade; e *Matemática em ação*, com propostas de atividades práticas. Ao final dos volumes, encontram-se as seções: *Ferramentas*, que incluem exercícios para emprego da calculadora científica e do software gratuito *LibreOffice Calc*; *Leitura e Pesquisa*, com sugestões de livros e sites para aprofundamento dos estudos; *Gabarito*; e *Referências Bibliográficas*.

O **Manual do Professor** inclui uma cópia do **Livro do Estudante** e um suplemento pedagógico com *Orientações gerais para o professor*, comum aos volumes da coleção, e as seções *Comentários e Sugestões*, *Atividades Complementares*, *Resolução das Atividades*, que são específicas para cada volume.

Os conteúdos explorados na coleção são:

1º ANO – 4 UNIDADES – 10 CAPÍTULOS – 288 PP.	
UNIDADE 1	
1	Conjuntos: noção, representações, pertinência, inclusão, igualdade, união, interseção, diferença, complementar, cardinalidade, produto cartesiano – conjuntos numéricos: naturais, inteiros, racionais, irracionais, reais; reta real: intervalos, conjunto solução de equações e inequações de 1º grau, conjunto solução de equações do 2º grau.
2	Função: noções, domínio, contradomínio, conjunto imagem; sistema cartesiano ortogonal de coordenadas: gráfico de funções; função real: crescente, decrescente, constante, zero, injetora, sobrejetora, bijetora, composta, sinais – grandezas incomensuráveis e números irracionais.
UNIDADE 2	
3	Função afim: definição, gráfico, crescente, decrescente, coeficientes, zero, translações do gráfico; proporcionalidade e função linear; taxa de variação; sinais de uma função afim gráficos de linha e de setores – sistema de inequações do 1º grau com uma incógnita; função afim e juro simples – equação cartesiana de uma reta; representação cartesiana de um sistema de equações polinomiais do 1º grau com duas incógnitas.
4	Módulo de um número real – função modular: definição, gráfico, sinais, translações do gráfico.
5	Função quadrática: definição, zeros, forma canônica, gráfico, translações do gráfico, coeficientes, conjunto imagem, valores máximo e mínimo, sinais; fenômeno de queda livre de um corpo.
UNIDADE 3	
6	Potência real de base real positiva – função exponencial: definição, gráfico; equação e inequação exponenciais; função exponencial e juro composto.
7	Logaritmo de um número real positivo: propriedades, mudança de base; inversa de uma função: definição, gráfico; função logarítmica: definição, gráfico; equação e inequação logarítmicas; Lei de Benford.

UNIDADE 4	
8	Sequência: definição, termo geral, definida por recorrência, de Fibonacci, triângulos de Sierpinski, Torre de Hanói; progressão aritmética: definição, representação na reta real, termo geral, soma dos termos de uma PA finita; progressão aritmética e função afim; progressão geométrica: definição, termo geral, taxa de crescimento, representação na reta real, soma dos termos de uma PG finita e de uma PG infinita; progressão geométrica e função exponencial.
9	Estatística: população e amostra; variável estatística; gráficos: de barras, de barras múltiplas, de linhas, de setores; pirâmide etária; pictogramas; medidas de tendência central: médias aritmética e ponderada, mediana, moda.
10	Teorema de Tales – trigonometria: relações métricas e trigonométricas no triângulo retângulo; seno, cosseno, tangente: definições, inter-relações, valores, de ângulos notáveis; relações trigonométricas em um triângulo qualquer: Lei dos senos, Lei dos cossenos; área de um triângulo; tamanho aparente dos astros; Curva de Koch.

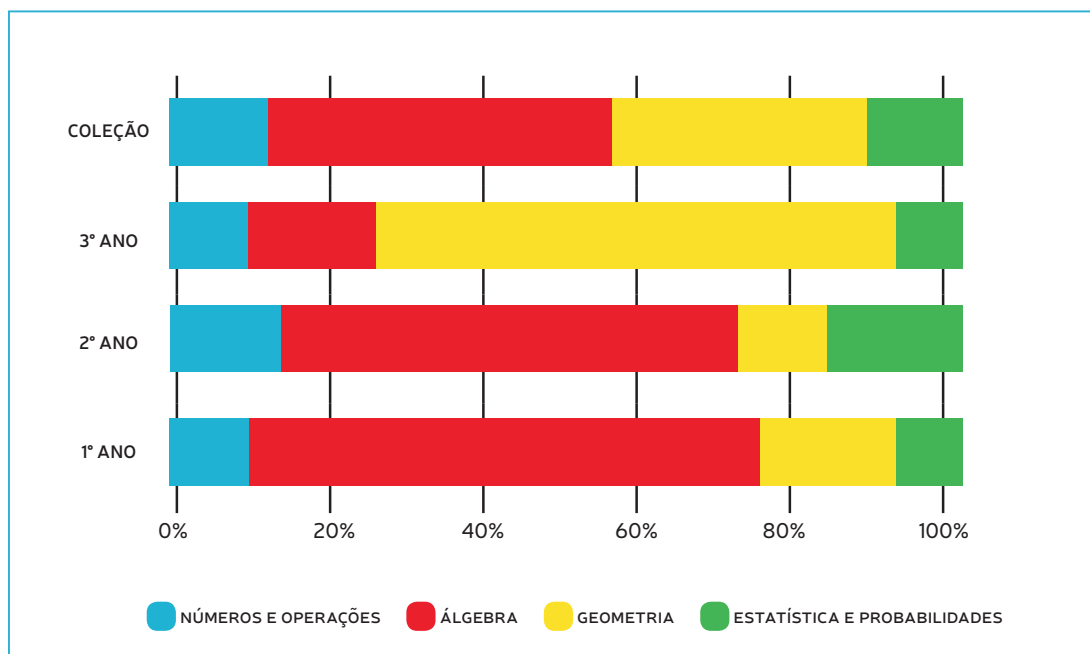
2º ANO – 4 UNIDADES – 08 CAPÍTULOS – 240 PP.	
UNIDADE 1	
1	Circunferência: medida e comprimento de um arco de circunferência; circunferência trigonométrica: arcos congruentes, 1ª determinação positiva; seno, cosseno e tangente de um arco trigonométrico; ângulos notáveis; redução ao 1º quadrante; funções trigonométricas: seno, cosseno, dos tipos $f(x) = a + b \sin(cx + d)$ e $f(x) = a + b \cos(cx + d)$ ; equações trigonométricas; ondas sonoras.
UNIDADE 2	
2	Análise combinatória: princípio fundamental da contagem; fatorial; permutações simples, arranjos simples, combinações simples; permutação com repetição; Binômio de Newton.
3	Experimento aleatório: espaço amostral e eventos; probabilidade: eventos equiprováveis, definição; eventos: certos, impossíveis, disjuntos, complementares; probabilidade condicional: probabilidade da interseção de eventos; Lei binomial das probabilidades; probabilidade e estatística; probabilidade e genética.
UNIDADE 3	
4	Equação linear com mais de uma incógnita: solução; sistemas de equações lineares: solução, classificação, sistema linear $2 \times 2$ ; escalonamento de um sistema linear.
5	Matriz: definição, tipos especiais, igualdade de matrizes; transposta de uma matriz: matriz simétrica; operações com matrizes; matriz inversa; matriz associada a um sistema linear.
6	Determinantes: de matrizes de ordens 1, 2 e 3; propriedades: determinante da transposta de uma matriz, Teorema de Binet, Teorema de Jacobi; matriz invertível e determinante; cálculo do determinante e escalonamento de uma matriz – determinantes e geometria analítica: condição de alinhamento de três pontos, equação da reta por dois pontos, área de um triângulo – resolução de sistemas lineares e determinantes; sistemas lineares e circuitos elétricos
UNIDADE 4	
7	Matemática financeira: porcentagem, acréscimos e descontos sucessivos; empréstimo: juros simples, juros compostos; sistemas de amortização: Price, amortização constante (SAC).
8	Área de figuras planas: conceito de área; área de polígonos: retângulo, paralelogramo, triângulo, losango, trapézio, polígonos regulares; área do círculo; área e semelhança de figuras planas.

### 3º ANO – 4 UNIDADES – 09 CAPÍTULOS – 272 PP.

UNIDADE 1	
1	Geometria espacial de posição: conceitos básicos; posições relativas: de duas retas, de uma reta e um plano, de dois planos; perpendicularidade; projeção ortogonal: vistas ortográficas; distância: de ponto a ponto, de ponto a reta, entre duas retas paralelas, de ponto a plano, entre reta e plano paralelo; entre dois planos paralelos.
2	Poliedros: noções iniciais; convexos e não convexos, relação de Euler, regulares, de Platão; prisma: definição, tipos, elementos, área da superfície, Princípio de Cavalieri, volume; pirâmide: definição, tipos, elementos, área da superfície, Princípio de Cavalieri, volume; tronco de pirâmide de bases paralelas: área da superfície, volume.
3	Corpos redondos: noções iniciais; cilindro: definição, tipos, elementos, seções, área da superfície de um cilindro reto, Princípio de Cavalieri, volume; cone: definição, tipos, elementos, seções, área da superfície de um cone reto, Princípio de Cavalieri, volume, tronco de bases paralelas; esfera: definição, Princípio de Cavalieri, volume, área da superfície esférica, cunha esférica e fuso esférico; empilhamentos de superfícies e impressão 3D.
UNIDADE 2	
4	Plano cartesiano ortogonal: ponto, distância entre dois pontos, ponto médio de segmento de reta, baricentro de triângulo; equações da reta; posições relativas de duas retas; retas perpendiculares; ângulo de duas retas concorrentes; distância de ponto a reta; inequação polinomial do 1º grau: representação gráfica.
5	Circunferência: definição, elementos, equações; posições relativas: de ponto e circunferência, de reta e circunferência, de duas circunferências; elipse: definição, elementos, equação reduzida; hipérbole: definição, elementos, equação reduzida; parábola: definição, elementos, equação reduzida; trilateração e GPS.
UNIDADE 3	
6	Estatística descritiva: distribuição de frequências; frequência: absoluta, relativa, acumulada, acumulada relativa; histograma; medidas de tendência central: média aritmética, moda, mediana; medidas de dispersão: desvio médio, desvio padrão.
7	Números complexos: história, definição, conjunto, representações algébricas e geométrica, adição e multiplicação, conjugado, divisão; potências da unidade imaginária; módulo; representação trigonométrica; coordenadas polares; multiplicação, divisão e potenciação na forma trigonométrica.
UNIDADE 4	
8	Função polinomial complexa: definição, valor numérico, igualdade; polinômio complexo: definição, raízes; operações com polinômios: adição, subtração, multiplicação, divisão, divisão por $(x - a)$ , Teorema do Resto, Teorema de D'Alembert.
9	Equações polinomiais: raiz, Teorema Fundamental da Álgebra, multiplicidade de uma raiz, Relações de Girard, raízes complexas de equações polinomiais com coeficientes reais, raízes racionais de equações polinomiais com coeficientes inteiros; parábola e polinômio do 2º grau.



### <ORGANIZAÇÃO DOS CONTEÚDOS>



Quando se considera a coleção como um todo, os campos de números, álgebra e geometria ocupam espaço adequado, mas a estatística e a probabilidade recebem insuficiente atenção. Além disso, ao longo de cada volume, não há uma distribuição adequada dos conteúdos matemáticos. Por exemplo, no primeiro volume, cerca de dois terços das páginas são dedicadas aos conteúdos de álgebra em detrimento dos demais campos. No segundo volume, a atenção dispensada à álgebra continua maior do que o desejável. No livro do 3º ano, nota-se um excesso de conteúdos de geometria.

### <ABORDAGEM DOS CONTEÚDOS>

#### <NÚMEROS>

A abordagem dos tópicos relativos à teoria dos conjuntos e aos conjuntos numéricos é adequada. No entanto, mesmo não sendo recomendado um tratamento formal de tais conceitos nesse estágio de escolaridade, em alguns momentos observa-se excesso de informalidade, o que pode comprometer a aprendizagem. O estudo da análise combinatória é iniciado de maneira significativa, com a exploração do princípio fundamental da contagem e de árvores de possibilidades. Porém, as estratégias não formais são gradativamente substituídas pela aplicação de fórmulas. Há boas conexões entre os números complexos e conteúdos da geometria analítica e da trigonometria. Contudo, as atividades propostas não são desafiadoras, pois muitas vezes requerem apenas aplicações diretas dos conteúdos apresentados.

## <ÁLGEBRA>

No trabalho com funções, há boas articulações com os conceitos de juros simples e de proporcionalidade, entre outros. O estudo da função quadrática é elogiável, por ressaltar a representação geral do trinômio do segundo grau e destacar as coordenadas do vértice. É igualmente adequado o estudo da translação de gráficos, mas feito de maneira pouco usual.

Na obra, são focalizadas apenas as funções trigonométricas seno e cosseno. Mas, no **Manual do Professor**, indica-se a possibilidade de exploração das demais funções trigonométricas. Tal abordagem permite tratar, de modo adequado, as funções do tipo  $f(x) = a + b\sin(cx + d)$  e  $f(x) = a + b\cos(cx + d)$  e do efeito da variação dos parâmetros nos gráficos dessas funções.

Merece destaque a discussão do fato de o conjunto solução de uma equação depender do conjunto universo admitido. Por exemplo, uma equação com coeficientes e incógnitas no conjunto dos inteiros tem conjunto solução vazio se todas suas soluções são racionais não inteiros. Igualmente é elogiável a articulação da resolução de sistemas de equações de duas variáveis com posições relativas de retas no plano cartesiano.

Os sistemas lineares são classificados e resolvidos por diversos métodos, incluindo-se o de escalonamento. Matrizes e determinantes são apresentados com base em situações da prática social mas no desenvolvimento das noções, predominam as aplicações de fórmulas. No estudo da matemática financeira, ressalta-se a escolha do trabalho com diferentes sistemas de amortização e pela frequência destes em transações comerciais.

Embora, na apresentação das funções polinomiais, se destaquem aquelas estudadas anteriormente no livro, como as funções quadrática e afim, geralmente sua abordagem é muito formal ou procedimental.

## <GEOMETRIA>

Este campo é iniciado pelo estudo de relações métricas e trigonométricas, porém não são feitas demonstrações completas. As noções básicas da trigonometria são ampliadas no trabalho com a circunferência trigonométrica, destacando-se de maneira devida apenas o seno, o cosseno e a tangente. No início do estudo de áreas, salientam-se os conceitos básicos, em particular, a necessidade da escolha de uma unidade de medida. No entanto, na sequência da abordagem, são priorizadas as fórmulas de áreas de diversos polígonos e suas deduções. Além disso, a passagem da fórmula da área de um polígono regular para a fórmula da área do círculo pode ser de difícil compreensão para os estudantes.

A geometria espacial de posição é estudada apenas no último volume, com destaque para a abordagem de projeções ortogonais e de vistas. Ainda nesse livro, estudam-se os sólidos geométricos, por meio de cálculos de áreas de superfícies e de volumes. Na geometria analítica, o estudo da reta, da circunferência e das secções cônicas é conduzido de maneira tradicional.



### <ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE>

Acertadamente, o estudo desse campo inicia-se pelas noções de população e de amostra, bem como de variáveis estatísticas, quantitativas e qualitativas. A abordagem valoriza diversas representações gráficas de informações, mas não são exploradas as representações de dados não agrupados em quadros e tabelas, o que reduz as possibilidades de articulações entre representações. Os procedimentos relacionados a cada uma das medidas de tendência central são apresentados sem a necessária valorização de seus significados. O estudo de dados agrupados e de distribuição de frequências também está presente na obra, discutindo-se medidas de tendência central e medidas de dispersão. No entanto, também nesse momento, sente-se falta da discussão de significados para tais conceitos. No trabalho com probabilidade, acertadamente, discute-se a utilização de dados previamente obtidos como forma de determinar uma probabilidade.

Na seção *Valores em Ação* podem ser encontradas aplicações significativas da estatística na análise de questões sociais da atualidade.

### <METODOLOGIA DO ENSINO E APRENDIZAGEM>

Cada uma das unidades inicia-se com um pequeno texto que busca conectar a Matemática com temas sociais, científicos ou tecnológicos. Os conteúdos são abordados por meio de explicações teóricas, acompanhadas de exemplos, de atividades resolvidas e propostas. Nessas atividades, predomina a aplicação direta do que foi ensinado.

Há incentivo à interação entre estudantes e desses com o professor, tanto por meio de discussões sobre temas que relacionam a Matemática a questões sociais relevantes, quanto em exercícios a serem resolvidos em grupos ou em atividades de seções especiais.

São raras as situações que possibilitam a análise ou a comparação de diferentes estratégias de resolução para um mesmo problema. Também há poucas indicações de exploração de recursos didáticos na obra, porém, ao final dos volumes, na seção *Ferramentas*, dá-se destaque a novas tecnologias.

### <CONTEXTUALIZAÇÃO E INTERDISCIPLINARIDADE>

Nas seções *Ampliando fronteiras* e *Matemática em ação*, em especial, buscam-se contextualizações em outras áreas do conhecimento. No entanto, os conteúdos dessas seções, por serem primordialmente ilustrativos, não propiciam uma efetiva interação entre os conceitos e procedimentos matemáticos e os conteúdos das outras ciências.

### <FORMAÇÃO PARA A CIDADANIA>

Na coleção, observam-se incentivos a atitudes cidadãs, em particular na seção *Valores em ação*, que trata de temas como quantidade de lixo, dignidade no trabalho, hipertensão arterial, orçamento doméstico, qualidade do ar, entre outros. Também são dadas oportunidades para que os estudantes forneçam suas opiniões e desenvolvam o pensamento crítico.

### <PROJETO EDITORIAL, PROJETO GRÁFICO E LINGUAGEM>

O projeto gráfico-editorial é bem estruturado. Observa-se, ainda, a diversidade de gêneros textuais, tais como tabelas, tirinhas, gráficos e imagens. Em geral, a linguagem adotada na coleção é adequada à faixa etária a que se destina. No entanto, em alguns momentos há excesso de informalidade e, em outros, emprega-se uma linguagem demasiadamente técnica.

### <MANUAL DO PROFESSOR>

No Manual, o professor encontrará ótimas sugestões para aprimorar o uso do **Livro do Estudante**. Entre elas, destacam-se as propostas de uso de estratégias de ensino e de recursos didáticos diversificados, bem como as reflexões sobre os ganhos pedagógicos do trabalho interdisciplinar e articulado com outras áreas de conhecimento.

São apresentadas, ainda, sistematizações e demonstrações que não constam do **Livro do Estudante**. Além disso, encontram-se sugestões de atividades extras que podem ser utilizadas para motivar o estudo de conceitos a serem trabalhados. Já as atividades que buscam ampliar os conhecimentos adquiridos nem sempre são desafiadoras.



## EM SALA DE AULA

---

Recomenda-se ao professor que inclua, em seu planejamento, atividades exploratórias que contribuam para a participação do estudante na construção do conhecimento matemático. O **Manual do Professor** traz sugestões para esse planejamento.

Sugere-se ao docente que procure realizar atividades com o uso de ambientes computacionais, pouco valorizadas em cada livro, exceto na sua seção final, intitulada *Ferramentas*. Por outro lado, para melhor aproveitar essa seção, será importante providenciar o material necessário e testar as orientações propostas, tendo em vista as diferenças entre calculadoras.

# MATEMÁTICA: CIÊNCIA E APLICAÇÕES

DAVID DEGENSAJN

GELSON IEZZI

NILZE DE ALMEIDA

OSVALDO DOLCE

ROBERTO PÉRIGO

SARAIVA EDUCAÇÃO

9ª edição - 2016

0082P18023



## VISÃO GERAL

Uma característica da obra é o estímulo ao desenvolvimento da argumentação em matemática. Incentiva-se, também, o estudo de inter-relações dessa área com outras disciplinas e com situações da vida cotidiana. São trabalhadas, igualmente, conexões significativas com história da Matemática. Há um equilíbrio razoável entre a exploração de noções intuitivas e a formalização dos conteúdos, embora por vezes a nomenclatura seja utilizada em excesso.

O estudo das funções é bem desenvolvido, em geral, com equilíbrio e articulação entre as representações gráfica e algébrica. São exploradas conexões pertinentes com outros campos da matemática escolar e com diferentes áreas do saber, além de aplicações do conceito em situações do cotidiano.

Encontram-se atividades que envolvem temas de grande relevância para a vida em sociedade. Mas as possibilidades que esses temas sejam incentivadores para a formação da cidadania não são bem exploradas. Os subsídios gerais e específicos oferecidos no **Manual do Professor** podem ser de grande valia para o trabalho do professor em sala de aula.



## DESCRIÇÃO DA OBRA

Os livros são organizados em capítulos, dedicados a tópicos da matemática escolar, por sua vez organizados em subtópicos. À apresentação e ao desenvolvimento dos temas em estudo, seguem-se exemplos, exercícios resolvidos e propostos. Cada capítulo é permeado por algumas das seções especiais: *Um pouco de história*; *Aplicações*, com textos que visam aprofundar alguns conteúdos ou estabelecer relações da Matemática com outras áreas de conhecimento; *Troque ideias*, com atividades para serem trabalhadas em grupo; *Desafio* e *Um pouco mais sobre*. São encontrados, ainda, os boxes: *Pense nisto*, que visa chamar a atenção sobre algum assunto que está sendo abordado; e *Observações*, com lembretes, mais informações teóricas sobre o assunto em estudo e questões propostas, um *Índice remissivo*, *Sugestões* de títulos de livros e vídeos, além das *Referências bibliográficas*.

O **Manual do Professor** traz uma cópia do **Livro do Estudante**, acrescida de alguns comentários, e um suplemento intitulado *Orientações Didáticas*. Este suplemento é iniciado com *Comentários gerais*, que incluem os objetivos gerais e a estrutura da coleção, acompanhados de textos a respeito dos pressupostos teórico-metodológicos da obra e reflexões sobre a avaliação, entre outros. Seguem-se os *Comentários específicos*, que tratam dos conteúdos visados em cada volume, nos campos da matemática escolar, com sugestões sobre abordagens, avaliação e atividades complementares. A resolução das atividades de cada volume finaliza essa parte específica.

Os conteúdos trabalhados na obra são:

1º ANO – 13 CAPÍTULOS – 288 PP.	
1	Conjuntos: introdução, igualdade, subconjuntos, interseção, reunião, diferença.
2	Conjuntos numéricos: naturais, inteiros, racionais, irracionais, reais; intervalos; razão, proporção e porcentagem.
3	Função: noção, domínio, contradomínio, conjunto imagem, gráfico, plano cartesiano, sinal, crescimento e decréscimo, máximos e mínimos, simetrias, taxa média de variação.
4	Função afim: definição, gráfico, grandezas diretamente proporcionais, zero, taxa média de variação, crescente e decrescente, sinal; função linear, gráfico; função constante; inequações do 1º grau.
5	Função quadrática: gráfico, zeros, vértice da parábola, conjunto imagem, esboço da parábola, sinal; inequações do 2º grau.
6	Função definida por mais de uma sentença: gráfico; módulo de um número real; função modular; equações e inequações modulares.
7	Potenciação: definições, propriedades, notação científica; radiciação: definições, propriedades; potências de expoente racional e irracional; função exponencial: definição, gráfico, número “e”, propriedades, translação de gráficos; equação exponencial.
8	Logaritmo: definição, sistemas de logaritmos, propriedades, mudança de base; função logarítmica: definição, gráfico; função exponencial e função logarítmica; equações exponenciais.

9	Sequências numéricas: termo geral, lei de recorrência; progressão aritmética: definição, classificação, termo geral, soma dos n-primeiros termos, PA e função afim; progressão geométrica: definição, classificação, termo geral, soma dos n-primeiros termos, soma dos termos de uma PG infinita, PG e função exponencial.
10	Semelhança de figuras; semelhança de triângulos: razão de semelhança, Teorema de Tales, teorema fundamental da semelhança, critérios de semelhança; triângulo retângulo: semelhança, relações métricas, Teorema de Pitágoras.
11	Trigonometria no triângulo retângulo: razões trigonométricas, seno, cosseno e tangente, ângulos notáveis.
12	Áreas de figuras planas: retângulo, quadrado, paralelogramo, triângulo, losango, trapézio, polígono regular, círculo, setor e coroa circular.
13	Estatística: população, amostra, etapas da pesquisa, amostragem, variável, tabela de frequência, representações gráficas.

## 2º ANO – 11 CAPÍTULOS – 288 PP.

1	Circunferência: arcos e ângulos, medida de comprimento de arco, unidades de medidas de arcos e de ângulos, circunferência trigonométrica; simetria.
2	Razões na circunferência trigonométrica: seno, cosseno, tangente; relações entre seno, cosseno e tangente, arcos complementares.
3	Trigonometria em triângulos quaisquer: lei dos senos, lei dos cossenos.
4	Funções trigonométricas: arcos côngruos, funções periódicas, função seno, função cosseno.
5	Matriz: definição, representação, tipos, transposta; igualdade de matrizes, operações com matrizes; inversa.
6	Equação linear: definição, solução; sistemas lineares: $2 \times 2$ , representação, interpretação geométrica, solução, classificação, $m \times n$ ; escalonamento; determinantes; sistemas homogêneos.
7	Geometria espacial de posição: noções, postulados, determinação de planos, posições relativas entre dois planos, de uma reta e um plano, de duas retas, propriedades, ângulos formados entre retas, projeções ortogonais; distância, teoremas fundamentais.
8	Poliedro: definição, elementos; prisma e pirâmide: definições, elementos, classificações, áreas de superfícies, volumes, Princípio de Cavalieri, sólidos semelhantes, tronco de pirâmide; Relação de Euler; poliedros de Platão.
9	Cilindro, cone e esfera: definições, elementos, classificações, partes, áreas de superfícies, volumes, seções.
10	Análise combinatória: princípio fundamental da contagem, fatorial, permutações, arranjos, combinações, permutações com elementos repetidos,
11	Probabilidade: experimento aleatório, espaço amostral, eventos, frequência relativa e probabilidade; Probabilidade clássica: espaço amostral equiprovável; definição, da união de dois eventos, condicional, da intersecção de dois eventos.

## 3º ANO – 09 CAPÍTULOS – 256 PP.

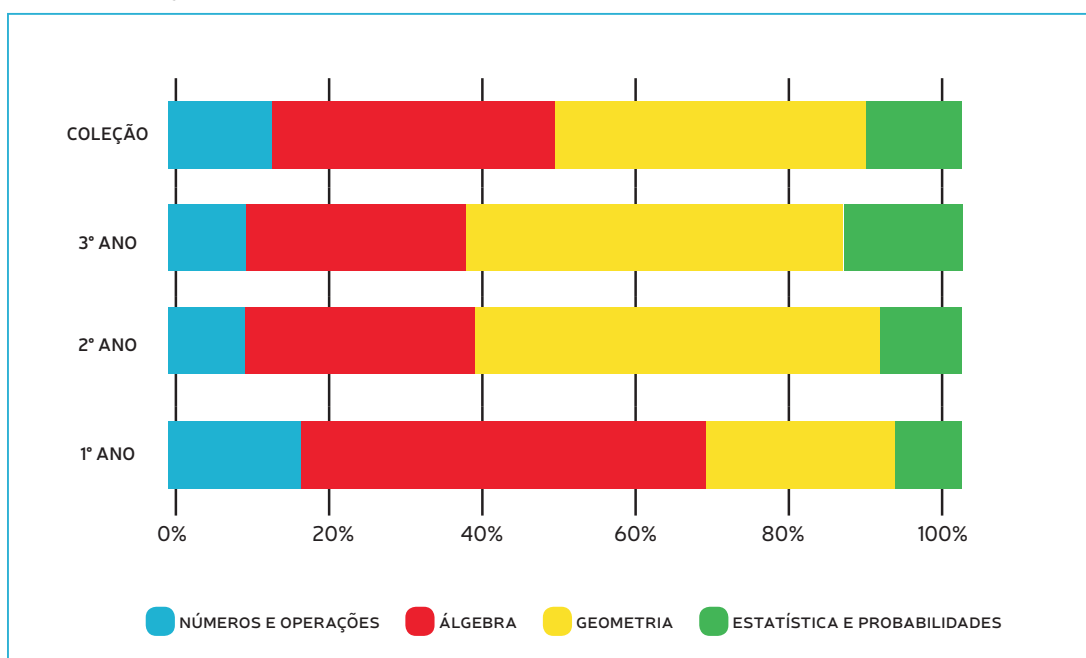
1	Ponto: representação no plano cartesiano, distância entre dois pontos, ponto médio de segmentos, condição de alinhamento de três pontos.
2	Reta: equações, inclinação, coeficiente angular; função afim e equação reduzida da reta; paralelismo, perpendicularidade; distância entre ponto e reta; área do triângulo; inequações do 1º grau.
3	Circunferência: equações, posições relativas entre ponto e circunferência, entre reta e circunferência, entre duas circunferências; inequação do 2º grau com duas incógnitas.

4	Elipse, hipérbole e parábola: definições, elementos, equações, translação de sistemas, interseções de cônicas; parábolas e funções quadráticas.
5	Estatística: população, amostra, variável, frequência, classes, representações gráficas, amplitudes, medidas de tendência central e medidas de dispersão para dados não agrupados e agrupados.
6	Matemática financeira: aumento e descontos, variação percentual, juros simples e compostos e juros compostos com taxa de juros variável; juros e funções.
7	Números complexos: definição, conjunto, propriedades, operações, forma algébrica, conjugado, quociente, módulo, argumento, forma trigonométrica.
8	Polinômio: definição, coeficientes, nulo; função polinomial, valor numérico, raiz; igualdade de polinômios, operações com polinômios; principais teoremas.
9	Equação polinomial: definição, raízes, teorema fundamental da álgebra, teorema da decomposição, multiplicidade de uma raiz, relações de Girard, raízes complexas, teorema das raízes racionais.



## ANÁLISE DA OBRA

### <ORGANIZAÇÃO DOS CONTEÚDOS>



Na coleção, cada um dos quatro campos da matemática escolar ocupa o espaço esperado em uma obra para o Ensino Médio, embora estatística e probabilidade não sejam suficientemente exploradas. Quanto à distribuição pelos volumes, observa-se uma tendência a condensar, em grandes blocos, conteúdos de apenas um campo da Matemática, o que pode dificultar a articulação entre eles. No volume 1, por exemplo, a álgebra é privilegiada em sete capítulos. No livro 2, é a geometria que recebe maior atenção, com seis capítulos.

## <ABORDAGEM DOS CONTEÚDOS>

### <NÚMEROS>

Os conteúdos deste campo, em sua maioria, são trabalhados com base na resolução de problemas, o que favorece o desenvolvimento e a compreensão dos conceitos e procedimentos. O estudo dos conjuntos numéricos é sintético e, de modo geral, claro. A argumentação construída apoia-se na ampliação progressiva dos conjuntos numéricos, exigida para que seja possível efetuar operações. No trabalho com números irracionais, são considerados outros números diferentes de  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $\pi$ , com a apresentação do número áureo (número de ouro) e de números construídos por padrões que indicam produzir uma representação decimal infinita e não periódica. É igualmente acertado o uso da calculadora, na exploração do cálculo de aproximações racionais de números irracionais.

O tratamento da análise combinatória inclui o princípio fundamental da contagem e a exploração de situações por meio de árvores de possibilidades, o que é elogiável. No entanto, a presença de sequências de exercícios em seções dedicadas aos diferentes agrupamentos pode levar o estudante a privilegiar o uso das fórmulas.

### <ÁLGEBRA>

A noção de função é apresentada de forma intuitiva, com base em exemplos que exploram relações entre grandezas, e formalizada como um tipo especial de relação entre conjuntos. De modo geral, no trabalho com as funções, há equilíbrio e articulação entre as representações gráfica e algébrica. São exploradas conexões pertinentes com outros campos da matemática escolar e com diferentes áreas do saber, além de aplicações do conceito em situações do cotidiano.

As sequências numéricas são tratadas, adequadamente, como funções cujo domínio está contido no conjunto dos números naturais. Porém, o trabalho com as progressões aritméticas e geométricas é realizado por meio de atividades pouco significativas, que envolvem classificação, uso do termo geral e fórmulas de somas.

Acertadamente, há boas articulações entre as noções de função afim, de progressões aritméticas e de juros simples. Também é elogiável a associação entre as noções de função exponencial, progressões geométricas e juros compostos.

No estudo das matrizes, sistemas lineares e equações algébricas, privilegiam-se os aspectos técnicos, como uso da nomenclatura, aplicação de propriedades e de procedimentos de cálculo. Além disso, são poucas as situações que envolvem contextos significativos.

### <GEOMETRIA>

O trabalho com a geometria contribui para a atribuição de significado aos conteúdos do campo e, especialmente, para o desenvolvimento da capacidade de argumentação. No estudo da geometria espacial de posição, percebe-se uma tentativa de articular e equilibrar as abordagens intuitiva e formal. De modo geral, a exploração dos poliedros e corpos redondos é feita por meio de situações que envolvem classificação e exploração de relações numéricas e métricas entre seus elementos,

como os cálculos de áreas de superfícies e de volumes. O estudo da geometria analítica é realizado de maneira adequada, com referências à história da Matemática e associações pertinentes com as noções de função.

### <ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE>

Em estatística e probabilidade, conteúdos importantes são abordados com pertinência e de forma bem contextualizada, embora o estudo do campo ocupe pouco espaço nos livros da coleção. São trabalhados temas, como procedimentos de coleta e organização de dados, representações de dados estatísticos, noção de probabilidades, medidas de tendência central e de dispersão, margem de erro e nível de confiança de pesquisas estatísticas. Destacam-se, na seção *Aplicações*, boas articulações entre os conceitos desenvolvidos nos capítulos deste campo.

### <METODOLOGIA DO ENSINO E APRENDIZAGEM>

Na apresentação dos conteúdos, em geral, parte-se de explicações teóricas, seguidas de exemplos, exercícios resolvidos e propostos. Essa escolha metodológica privilegia a memorização de procedimentos e resultados, em prejuízo da construção do conhecimento e de uma maior autonomia de estudo ao estudante. São poucas as explicações teóricas precedidas por abordagens intuitivas, nas quais são dadas oportunidades para a observação, a exploração e a classificação por parte do estudante.

Nas seções *Aplicações* e nos boxes *Pense nisto*, porém, há incentivo à participação ativa do estudante. Nesses boxes, por exemplo, os estudantes são convidados a explorar possibilidades e a verificar hipóteses, assim como avaliar, criticamente, produções e estratégias utilizadas por colegas.

Na obra, não há incentivo ao uso de materiais concretos, apesar de haver diversas possibilidades para o seu uso. Em relação ao uso de tecnologias, além das instruções sobre algumas funcionalidades de diferentes modelos de calculadoras científicas, frequentemente é solicitado o uso da calculadora científica, mas sem maiores explorações que conduzam o estudante a reflexões: a ênfase recai em seu uso como instrumento de cálculo. Os softwares de geometria dinâmica são mencionados, em geral, junto à exposição de alguns gráficos de funções ou das cônicas, traçados com o *Geogebra*. Contudo, não há sugestões para que os estudantes utilizem esses softwares.

### <CONTEXTUALIZAÇÃO E INTERDISCIPLINARIDADE>

Uma contribuição importante da obra é a possibilidade de utilizar a Matemática para melhor entendimento de temáticas de grande relevância social. Observam-se contextualizações significativas que propiciam boas articulações com a história da Matemática, com práticas sociais extraescolares, com a própria Matemática e com outras áreas do saber, especialmente nas seções *Um pouco de história*, *Troque Ideias* e *Aplicações*. Tais atividades podem contribuir para despertar a curiosidade dos estudantes em relação aos temas trabalhados e para favorecer as reflexões sobre o papel do conhecimento matemático em diversos contextos.



### <FORMAÇÃO PARA A CIDADANIA>

Diferentes tipos de atividades propiciam o desenvolvimento da reflexão sobre questões sociais, ambientais, políticas e de saúde, relevantes na atualidade. Mas, de modo geral, a reflexão crítica sobre os dados estudados é pouco estimulada.

### <PROJETO EDITORIAL, PROJETO GRÁFICO E LINGUAGEM>

A legibilidade gráfica e a linguagem empregada são, de modo geral, adequadas ao nível de escolaridade a que se destina a obra. Há uma grande variedade textual, como balões de texto, infográficos e mapas. As ilustrações presentes na obra são adequadas.

### <MANUAL DO PROFESSOR>

O Manual contribui para a atuação dos professores por meio de sugestões de atividades complementares e de instrumentos de avaliação, articulados com as competências visadas no Ensino Médio. Há, também, indicação de empecilhos e erros frequentes na aprendizagem de alguns conteúdos. As sugestões de fontes a serem consultadas pelo professor são variadas, relevantes e atualizadas. As escolhas de organizá-las por temas e de trazer breves comentários para cada livro, revista ou site, contribuem para auxiliar o docente em seu processo de desenvolvimento profissional.

O Manual traz indicações de conexões possíveis com outras disciplinas, como Física, Química e Biologia, mas as conexões com ciências humanas e sociais restringem-se, quase todas, às que são realizadas com temas de economia. Essa lacuna prejudica a exploração de situações voltadas ao exercício da cidadania, em que temáticas de relevância social são tratadas de maneira superficial, sem estimular a reflexão crítica sobre as mesmas.



## EM SALA DE AULA

---

A opção por uma abordagem diretiva dos conteúdos pouco contribui para o desenvolvimento de maior autonomia do estudante. Nesse sentido, sugere-se ao professor que propicie aos estudantes oportunidades de expressar seus conhecimentos prévios e extraescolares antes das explanações teóricas dos assuntos e que fortaleça as conexões entre as abordagens intuitivas e a formalização dos conteúdos.

Do mesmo modo, é recomendável que sejam valorizadas as estratégias pessoais de resolução de problemas e a confrontação entre as mesmas, para impulsionar o papel ativo dos estudantes na aprendizagem.

De modo geral, o professor deve estar atento para diversificar os recursos didáticos, como jogos e softwares, os quais não são suficientemente explorados na obra. Além disso, é importante que ele não se restrinja a apresentar os recursos tecnológicos aos estudantes, mas lhes dê oportunidade de

utilizar, efetivamente, tais recursos. Sugere-se, ainda, que o professor planeje situações que envolvam contextualização e interdisciplinaridade, fortalecendo a conexão com as ciências humanas e sociais e incentivando a reflexão crítica sobre as questões de relevância social.

O **Manual do Professor** contém subsídios importantes para a atuação do professor no trabalho de sala de aula, com orientações para abordagem de algumas seções especiais. No entanto, há instruções contidas no **Livro do Estudante** que não são suficientes para o trabalho, sendo necessária complementação por parte do professor.

# MATEMÁTICA PARA COMPREENDER O MUNDO

KÁTIA STOCCO SMOLE  
MARIA IGNEZ DINIZ

SARAIVA EDUCAÇÃO  
1ª edição - 2016

0096P18023



## VISÃO GERAL

Na obra, os conteúdos são organizados em unidades que se iniciam com um texto, um problema, ou algum contexto histórico, geralmente instigante. Segue-se a abordagem teórica do tema em estudo, alguns exemplos e atividades para os estudantes.

O estudo das funções favorece o entendimento das aplicações, o que o torna mais significativo. Os temas de estatística e probabilidade são abordados com base em discussões e análises de situações diversas e isso favorece um trabalho articulado com as práticas sociais. Em geometria analítica, prioriza-se a representação algébrica, em prejuízo de maior compreensão dos objetos geométricos representados.

As novas tecnologias são utilizadas em seções específicas que são bastante frequentes na coleção. São propostas situações motivadoras, com o uso do computador e da calculadora. Também se discutem questões do ENEM ou de vestibulares, que incluem análises das possíveis estratégias de resolução, além de boas sugestões para um trabalho em conexão com outras áreas do conhecimento.



## DESCRIÇÃO DA OBRA

Os volumes da coleção são organizados em quatro unidades, subdivididas em capítulos. Na abertura das unidades, duas páginas com textos e imagens buscam dar destaque aos temas que serão tratados. Os conteúdos abordados nos capítulos estruturam-se em uma pequena apresentação, seguida das seções: *De olho na resolução*, *Fazer e aprender*, *Aprender a aprender*, *Por dentro do Enem e dos vestibulares*, destinadas aos exercícios. Ao longo dos capítulos, encontram-se outras seções: *Foco...*; *Mundo plural* e *Entre saberes*, em que são trabalhadas situações cotidianas ou relacionadas a outras áreas do conhecimento e *Projeto*, com propostas de atividades diferenciadas. Os volumes são encerrados com *Tabela Trigonométrica*, *Indicações de leitura para os estudantes*, *Referências bibliográficas* e *Significado das siglas e Respostas*.

O **Manual do Professor** inclui a cópia do **Livro do Estudante** com algumas sugestões de trabalho e o caderno intitulado *Orientações Didáticas*. Este contém uma parte com textos comuns a todos os volumes, alguns voltados à formação geral do docente e outra específica para cada volume. Ao final, vêm as resoluções das atividades e as referências bibliográficas.

Os conteúdos explorados na coleção são:

1º ANO – 4 UNIDADES – 11 CAPÍTULOS – 288 PP.	
UNIDADE 1	
1	Conjuntos numéricos: naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais; reta real; notação científica; intervalos; operações com conjuntos.
2	Estatística: coleta e organização de dados, porcentagem, frequências, gráficos de frequências.
UNIDADE 2	
3	Sistema cartesiano; função: domínio, contradomínio, conjunto imagem, gráfico; domínio de uma função de variável real.
4	Função afim: gráfico, elementos, identidade, crescente e decrescente, estudo do sinal e inequações.
5	Função quadrática: gráfico, máximo ou mínimo, estudo do sinal e inequações.
UNIDADE 3	
6	Sequência: lei de formação; progressões aritmética e geométrica: termo geral e soma dos termos.
7	Função exponencial: definição, propriedades, gráfico; equações e inequações exponenciais.
8	Logaritmo: história, definição, propriedades, logaritmos decimais, mudança de base; função logarítmica.
UNIDADE 4	
9	Funções: operações, composição, inversas; funções definidas por partes; função modular.
10	Trigonometria do triângulo retângulo: teoremas de Pitágoras e de Tales; seno, cosseno e tangente.
11	Leis dos senos e dos cossenos.

## 2º ANO – 4 UNIDADES – 12 CAPÍTULOS – 288 PP.

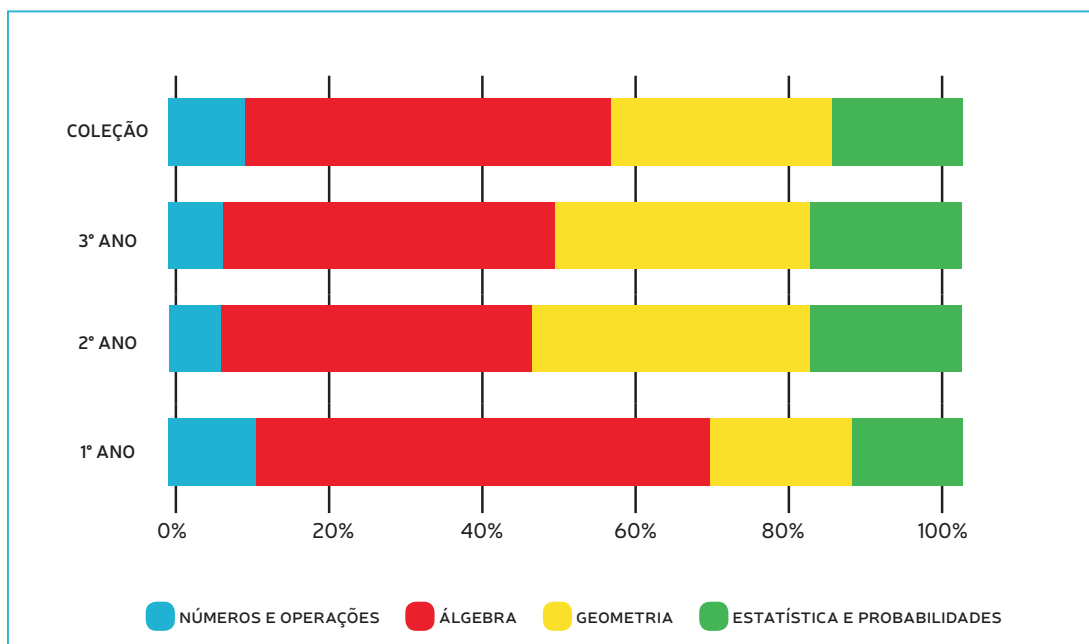
UNIDADE 1	
1	Trigonometria: ângulos e arcos de circunferência, ângulo central, medida de arcos, círculo trigonométrico.
2	Funções seno, cosseno e tangente: variação, gráfico, conjunto imagem; relações trigonométricas.
3	Equações e inequações trigonométricas; funções trigonométricas: soma e diferença de arcos, arco duplo.
UNIDADE 2	
4	Estatística: linguagem, representações de dados, amostra, distribuição de frequências, medidas de tendência central, agrupamento de classes.
5	Contagem: princípio fundamental, permutações, arranjos simples, combinações simples.
6	Probabilidade: linguagem, conceito, da união, da interseção, condicional; probabilidade e contagem.
UNIDADE 3	
7	Poliedros: elementos, classificação; prismas e pirâmides: elementos, classificações, planificações; poliedros convexos e regulares.
8	Cilindro e cone: elementos, classificações, planificações; esfera: elementos, posições relativas.
9	Geometria métrica nos polígonos; semelhança de triângulos; prisma, pirâmides e corpos redondos: medida de área e volume.
UNIDADE 4	
10	Equações lineares; sistemas lineares: métodos de resolução, classificação.
11	Matriz: definição, tipos, igualdade, operações; matrizes e resolução de sistemas lineares.
12	Determinante: definição, resolução de sistemas lineares; sistemas lineares homogêneos.

## 3º ANO – 4 UNIDADES – 12 CAPÍTULOS – 288 PP.

UNIDADE 1	
1	Matemática financeira: linguagem, porcentagem, juros simples e compostos.
2	Estatística: organização em classes, representação gráfica, medidas de tendência central, medidas de dispersão.
3	Probabilidade: conceito, frequência relativa, distribuição normal.
UNIDADE 2	
4	Pontos: médio, baricentro; distância entre dois pontos; área de um triângulo; condição de alinhamento de três pontos.
5	Reta: equações, posições relativas, perpendicularidade, feixe de retas; inequação do 1º grau.
6	Circunferência: equação, posições relativas.
7	Elipse, hipérbole e parábola: elementos, equações.
UNIDADE 3	
8	Polinômios; função polinomial; polinômios: operações, fatoração; equações.
9	Números complexos: definição, forma algébrica e forma trigonométrica: operações e propriedades.
10	Equações polinomiais: Teorema Fundamental da Álgebra e Teorema da decomposição, relações de Girard; raízes imaginárias e racionais.
UNIDADE 4	
11	Funções trigonométricas: história, círculo trigonométrico, redução ao 1º quadrante, arcos complementares e suplementares.
12	Taxas de variação: média e instantânea; função derivada: sinal, pontos de máximo e de mínimo.



### <ORGANIZAÇÃO DOS CONTEÚDOS>



Observa-se na coleção uma quantidade excessiva de conteúdos, embora alguns deles sejam assinalados como opcionais. Os assuntos trabalhados não se distribuem de maneira completamente satisfatória, especialmente no volume 1, em que a álgebra é muito privilegiada. Nos livros 2 e 3, há maior equilíbrio no estudo da estatística e probabilidade, bem como de geometria e de números. Mas a abordagem de alguns temas esgota-se em um único capítulo ou unidade, caso da matemática financeira e da geometria analítica, entre outros, o que não é recomendável.

### <ABORDAGEM DOS CONTEÚDOS>

#### <NÚMEROS>

No campo, o estudo dos conjuntos é feito sem excesso de formalismo, sendo acessível aos estudantes. O estudo da análise combinatória inicia-se com a exploração de diferentes formas de representação, como árvores, esquemas e tabelas. Entretanto, avança-se rapidamente para a aplicação direta de fórmulas, o que é priorizado nos exercícios resolvidos e propostos. Acertadamente, os números complexos são apresentados, no volume 3, por meio de uma abordagem histórica associada à resolução de equação de 3º grau. O cálculo mental é incentivado nas seções intituladas *Cálculo Rápido*, presentes ao final de alguns capítulos. No entanto, a complexidade de algumas das propostas pode desencorajar o estudante a desenvolvê-las.

## <ÁLGEBRA>

O estudo da álgebra é bastante amplo na coleção. No trabalho bem conduzido com funções, as representações gráfica e algébrica são articuladas. Com base em situações não convencionais, utilizam-se tabelas e propriedades das curvas que representam cada tipo de função, o que enriquece a atribuição de significados a esse conceito matemático. Particularmente no caso das funções trigonométricas, destacam-se as representações gráficas de inequações, com apoio no círculo trigonométrico.

Vale destacar a boa escolha de abordar equações e sistemas lineares antes do estudo das matrizes e dos determinantes, assim como as interessantes conexões estabelecidas no estudo de grafos e de matrizes. No entanto, o excesso de denominações e classificações poderia ser evitado, pelo risco de deslocar a atenção dos estudantes para os termos técnicos, em prejuízo do entendimento dos processos matemáticos ali existentes.

## <GEOMETRIA>

Alguns conceitos de geometria plana são retomados no volume 1, mas os processos dedutivos não são enfatizados, como pode ser visto nos Teoremas de Pitágoras e de Tales. O estudo dos poliedros limita-se a definições, classificações e fixação das nomenclaturas de elementos, o que torna a abordagem restrita. No trabalho com volumes, o Princípio de Cavalieri é aplicado adequadamente.

Em geometria analítica observa-se uma abordagem que privilegia o uso de fórmulas. As atividades propostas são, de uma forma geral, aplicações diretas desse tipo de sistematização. Diferentemente, o estudo das cônicas é feito por meio de uma abordagem que explora tanto a obtenção de suas representações algébricas, quanto de suas interpretações geométricas. Observa-se, neste tópico, excesso de conteúdos.

## <ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE>

Os conteúdos de estatística são estudados, muitas vezes, interligados a questões voltadas para as práticas sociais, o que enriquece a abordagem. Encontram-se atividades instigantes e bem estruturadas, a serem desenvolvidas com o uso de softwares, como as planilhas eletrônicas.

De forma interessante, exploram-se medidas de tendência central e de dispersão, em integração com o desenvolvimento de projetos e de pesquisas. Além disso, são feitas discussões pertinentes de amostras. Há observações importantes sobre as relações entre as diferentes medidas de tendência central e isso contribui para a interpretação conjunta de média, mediana e moda, em determinadas situações.

O estudo de probabilidade é bem feito e apresentado em linguagem acessível. Por outro lado, em alguns momentos, observa-se ênfase em fórmulas e nomenclatura. A exploração de temas como a Lei dos Grandes Números e Curva Normal amplia o trabalho proposto.

### <METODOLOGIA DO ENSINO E APRENDIZAGEM>

A abordagem inicial dos conteúdos é feita por meio de textos instigantes, seguidos de explanação teórica, de atividades já resolvidas e de aplicação. As propostas de atividades que promovem a interação entre os estudantes são poucas, mas o uso de conhecimentos envolvendo as práticas sociais é frequente.

O início ou final dos capítulos são retomadas de conteúdos já estudados. Outras boas práticas são as listas de termos, palavras-chave, mapas conceituais e resumos do que foi abordado. Em diversos momentos, o estudante é incentivado à memorização, à formulação de problemas e à verificação de resultados e processos. No entanto, há poucas situações que envolvem a análise de diferentes estratégias de resolução de problemas, o que só ocorre nas demonstrações de exercícios resolvidos.

### <CONTEXTUALIZAÇÃO E INTERDISCIPLINARIDADE>

Os conhecimentos matemáticos aparecem contextualizados nos exercícios e em atividades sugeridas em seções específicas, encontradas na maioria dos capítulos dos três volumes. No entanto, por vezes, essas seções não oferecem reflexões importantes sobre o papel da Matemática na leitura e compreensão desses contextos.

Episódios da história da Matemática estão presentes na apresentação de alguns capítulos, na exploração inicial dos conteúdos, como logaritmos e números complexos, ou em atividades na seção *Para Complementar*. Porém, frequentemente, é feito um uso artificial e não pedagógico de tais trechos.

### <FORMAÇÃO PARA A CIDADANIA>

A coleção favorece a formação para a cidadania dos estudantes, por meio de situações ou textos abordados nas atividades, com temas voltados às questões socioambientais. No entanto, tais situações são pouco exploradas em termos de aprofundamento ou ampliação do conhecimento matemático, ficando a tarefa a cargo do professor.

### <PROJETO EDITORIAL, PROJETO GRÁFICO E LINGUAGEM>

O projeto gráfico-editorial é bem realizado. A linguagem é adequada para uma obra de Ensino Médio e são explorados diferentes gêneros textuais. Em geral, as imagens cumprem a função de ilustrar um texto, auxiliar na contextualização de um assunto, ou tornar as páginas mais agradáveis à leitura.

### <MANUAL DO PROFESSOR>

Faltam comentários mais abrangentes sobre dificuldades que os estudantes podem enfrentar em atividades que pressupõem o uso de tecnologia, em alguns exercícios mais complexos, ou em perguntas abertas. Com respeito a essas, encontram-se no **Manual do Professor** apenas indicações de “respostas pessoais”, sem sugestões de possíveis encaminhamentos que orientem o professor nas discussões em sala de aula.





## EM SALA DE AULA

---

Ao adotar a coleção, será interessante planejar aulas e atividades mais exploratórias, pouco presentes na obra, que incentivem o estudante a participar da construção do conhecimento matemático. Os textos sugeridos nas seções *Para Complementar*, *Entre Saberes* e *Mundo Plural*, podem favorecer um trabalho interdisciplinar.

Nas seções *Foco na Tecnologia*, *Computador e Calculadora*, encontram-se atividades exploratórias que possibilitam a ampliação ou o aprofundamento dos conhecimentos matemáticos. Entretanto, será importante verificar, previamente, se as calculadoras dos estudantes realizam as funções requeridas. Da mesma forma, recomenda-se ao docente que, antes de propor a realização das atividades com o uso de ambientes computacionais, leia as orientações do **Manual do Professor** sobre eventuais dificuldades que podem surgir no percurso.

É preciso atenção aos tópicos identificados como opcionais, pois alguns dos temas ali trabalhados são pré-requisitos para o estudo de outros conteúdos.

# MATEMÁTICA: INTERAÇÃO E TECNOLOGIA

RODRIGO BALESTRI

LEYA

2ª edição - 2016

0127P18023



## VISÃO GERAL

Uma das características da coleção é a seleção de diferentes temas cujo objetivo é evidenciar a presença de conceitos matemáticos no cotidiano. Observa-se também a presença de referências históricas. Entretanto, essas contextualizações não são devidamente exploradas.

A metodologia adotada oferece poucas oportunidades para um papel mais autônomo do estudante na aprendizagem. Isso decorre do fato de que, em geral, os conteúdos são tratados a partir de sistematizações seguidas de atividades resolvidas e propostas.

No entanto, o **Manual do Professor** apresenta sugestões de atividades, que podem favorecer uma ação mais ativa do estudante em sala de aula. Contém, ainda, boas proposições para a construção e o uso de materiais concretos, como os de desenho.



## DESCRIÇÃO DA COLEÇÃO

Os livros dividem-se em oito unidades, cada uma delas dedicada a um conteúdo matemático que, por sua vez, é subdividido em tópicos. Nestes, há textos explanatórios, acompanhados de atividades resolvidas e propostas aos estudantes. Uma característica da obra são as variadas seções destacadas nas unidades. Algumas delas têm denominações específicas: *Produção Textual*, *Calculadora*, *Trata-*

mento da Informação, Desafio, Em Grupo. Além dessas, encontram-se as seções: *Como funciona*, em que usam-se situações relacionadas aos tópicos, como forma de contexto; *Conexão tecnológica*, com indicação de softwares; *Sobre a unidade*, destinada à autoavaliação do estudante, entre outras; além de boxes com definições e teoremas. Ao final de cada livro, são oferecidas *Sugestões de livros e sites*, as respostas das atividades propostas e a bibliografia da obra.

O **Manual do Professor** inclui uma cópia do **Livro do Estudante**, com as respostas das atividades propostas, algumas orientações ao docente e, também, um suplemento denominado *Assessoria Pedagógica*. Este contém as *Orientações Gerais* sobre a coleção, as *Referências Bibliográficas* e três seções específicas por volume: *O trabalho com as unidades*, *Páginas para Reprodução*, *Siglas* utilizadas no volume e *Resolução das atividades*.

1º ANO – 08 UNIDADES – 267 P.	
1	Conjuntos: ideia, subconjuntos, operações, conjuntos numéricos, intervalos; sequência de Fibonacci – frequência absoluta: interpretação de tabelas e gráfico de colunas.
2	Função: ideia, o triângulo de Sierpinski, domínio, contradomínio e imagem, definida por mais de uma sentença, plano cartesiano, gráfico, zero, valor máximo, valor mínimo, sinal, crescentes, decrescentes, taxa média de variação, par, ímpar, injetora, sobrejetora, bijetora, inversa, composta.
3	Função afim: definição, gráfico, zero, sinal, crescente, decrescente, translação do gráfico; função linear e proporcionalidade; sistema de inequações do 1º grau.
4	Função quadrática: definição, forma canônica, zeros, valor máximo, valor mínimo, sinal, taxa média de variação, movimento uniformemente variado, estudo dos coeficientes – ponto médio de um segmento de reta.
5	Função modular: definição, gráfico, translação do gráfico, equação e inequação – gráfico de linhas – função exponencial: revisão de potenciação, definição, gráfico, equação e inequação; logaritmo: definição, propriedades operatórias, equação; função logarítmica: definição, gráfico.
6	Sequências: definição – frequência relativa: gráfico de setores – progressão aritmética: definição, termo geral, interpolação aritmética; progressão aritmética e funções afim e quadrática; soma dos termos de uma PA; progressão geométrica: definição, termo geral; progressão geométrica e função exponencial; soma dos termos de uma PG, limite da soma dos termos de uma PG infinita; PA, PG e a origem dos logaritmos.
7	Estatística: coleta e organização de dados, tabelas, gráficos, censo, distribuição de frequências, intervalos de classes, medidas de tendência central.
8	Trigonometria: Teorema de Tales, Teorema de Pitágoras, relações métricas no triângulo retângulo; distância entre dois pontos no plano; relações trigonométricas: seno, cosseno, tangente, identidades, tabela trigonométrica, ângulos notáveis; Lei dos Senos; Lei dos Cossenos – área de um triângulo.

2º ANO – 08 UNIDADES – 226 P.	
1	Circunferência trigonométrica: conceitos básicos, comprimento de arco, medida angular de um arco, seno e cosseno, redução ao 1º quadrante, tangente.
2	Função seno: gráfico, funções do tipo $f(x)=a+bsen(cx+d)$ ; função cosseno: gráfico; seno, cosseno e tangente da soma e da diferença de arcos; identidades trigonométricas; equações trigonométricas.

3	Sistemas lineares e matrizes: métodos de resolução, escalonamento de sistemas lineares; matrizes: operações, inversa.
4	Determinantes: definição, propriedades, Teoremas de Binet e de Jacobi; sistemas lineares e Regra de Cramer.
5	Análise combinatória: princípio fundamental da contagem, princípio aditivo fatorial, permutação simples, arranjo simples, combinação simples, permutação com elementos repetidos, triângulo de Pascal, binômio de Newton.
6	Probabilidade: experimento aleatório, espaço amostral, probabilidade de um evento e da união de dois eventos; frequência relativa: gráficos e tabelas; probabilidade: condicional; eventos independentes; lei binomial.
7	Estatística: população e amostra, estatística e probabilidade, medidas de tendência central, medidas de dispersão.
8	Matemática financeira: acréscimos e descontos sucessivos, juros simples e compostos, juros e funções, amortizações.

### 3º ANO – 08 UNIDADES – 266 P.

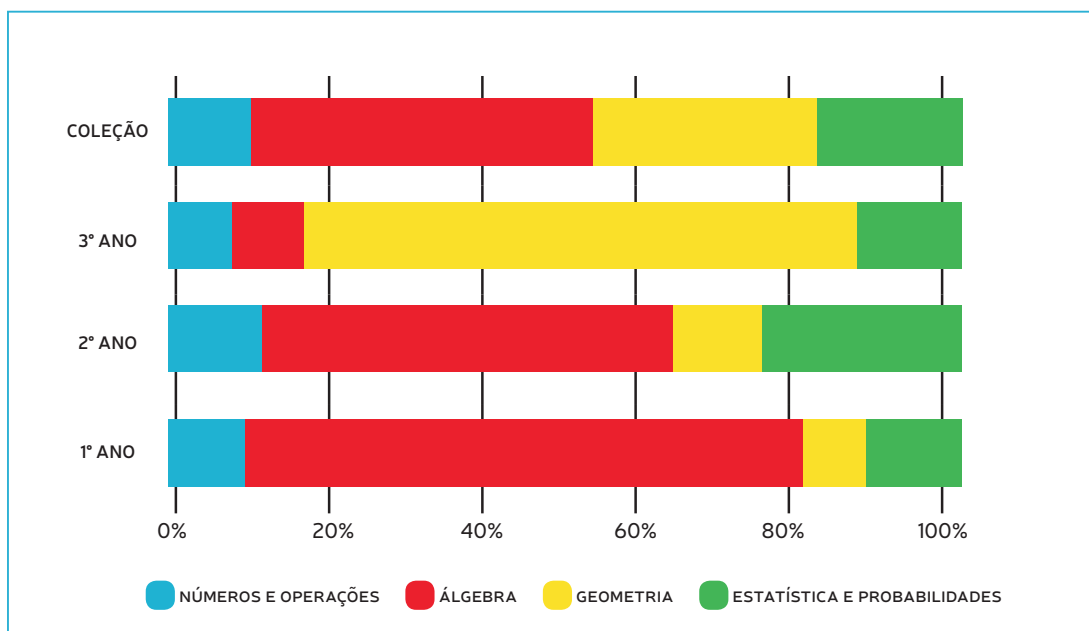
1	Geometria espacial: noções básicas, posições relativas de duas retas, de uma reta e um plano e de dois planos, perpendicularidade no espaço, projeções ortogonais, distância.
2	Poliedros: conceitos iniciais; de Platão, regulares; áreas de figuras planas; prismas: área da superfície; Princípio de Cavalieri e volume; pirâmides: área da superfície, volume, tronco.
3	Corpos redondos: conceitos iniciais, cilindro circular, área do círculo, do setor e da coroa circular; cilindro reto: área da superfície, volume; cone circular reto: área da superfície, volume; tronco de cone reto: área da superfície, volume; esfera: volume, área da superfície.
4	Estatística: gráficos e tabelas, medidas de tendência central, medida de tendência central para dados agrupados em classes, medidas de dispersão, desvio médio, variância, desvio padrão.
5	Geometria analítica: plano cartesiano ortogonal, distância entre dois pontos, coordenada do ponto médio de um segmento, baricentro de um triângulo, condição de alinhamento de três pontos, equações da reta, posições relativas entre duas retas e sistemas de equações $2 \times 2$ , ângulo entre duas retas, distância de ponto a reta, área de um triângulo, inequações do 1º grau com duas incógnitas.
6	Circunferência: equação; posições relativas: de ponto e circunferência, de reta e circunferência e de duas circunferências; elipse, hipérbole e parábola: definições, equações.
7	Números complexos: ideia, definição, conjunto, módulo, representações algébrica e geométrica, representação trigonométrica, operações.
8	Polinômios: função polinomial, operações; equações polinomiais: raízes, relações de Girard, multiplicidade de uma raiz, raízes complexas.



## ANÁLISE DA OBRA

### <ORGANIZAÇÃO DOS CONTEÚDOS>

Os campos de números e de estatística e probabilidade são distribuídos satisfatoriamente na coleção. Por outro lado, há predominância do campo álgebra nos livros dos 1º e 2º anos. Em particular, o estudo de funções abrange mais da metade do 1º volume. A geometria é abordada, na sua maior parte, no livro do 3º ano, estando aí incluídos os conteúdos de geometria espacial e de geometria analítica. Os assuntos relativos aos diferentes campos estão, quase sempre, concentrados em uma única unidade, podendo prejudicar a articulação entre os conceitos.



## <ABORDAGEM DOS CONTEÚDOS>

### <NÚMEROS>

No campo, os conjuntos numéricos são focalizados com apoio na história da Matemática, tanto no que diz respeito ao seu surgimento quanto à sua ampliação. Observa-se inadequação na representação dos conjuntos numéricos, por diagrama de Venn. No estudo dos números complexos, são apresentadas boas articulações entre as representações algébrica, geométrica e trigonométrica. As medições como aproximações das medidas teóricas são pouco exploradas na coleção.

Na abordagem inicial do estudo da análise combinatória, são utilizados diversos esquemas para mapeamento das possibilidades, como diagramas de árvore e tabelas de dupla entrada. O princípio multiplicativo também é valorizado.

### <ÁLGEBRA>

O trabalho com o campo algébrico está presente nos três volumes da obra. São explorados alguns padrões e regularidades que podem levar os estudantes a levantarem conjecturas sobre generalizações matemáticas. É interessante a relação estabelecida entre os conceitos de função, equações e inequações. Destaca-se, igualmente, a abordagem articulada das funções afim, quadrática e exponencial com juros simples e compostos, PA e PG. Destaca-se o uso de softwares livres para a construção e o estudo de gráficos das funções. No estudo dos sistemas de equações lineares, a ênfase dada ao método do escalonamento pode favorecer a compreensão do tema.

## <GEOMETRIA>

A geometria é apresentada de modo satisfatório, apesar da concentração dos temas no volume 3. O estudo de trigonometria na circunferência é iniciado com a retomada de alguns conceitos trabalhados em anos anteriores. Na abordagem da geometria analítica, são adequadamente priorizadas as relações entre as representações geométricas e algébricas. Além disso, são feitas várias articulações desse conhecimento com outros campos da matemática escolar. As transformações geométricas (rotação, reflexão e translação), assim como os conceitos de congruência e de semelhança, são bem explorados em associação com diversos conteúdos. Por vezes, o estudo de ângulos é relacionado com situações práticas. Observa-se também que, em sua maioria, as figuras geométricas são apresentadas apenas em posições prototípicas, o que restringe a compreensão dos conhecimentos envolvidos. O estudo da reta é bem discutido por meio do uso de sistemas lineares. Entretanto, não são feitas conexões entre retas e a função afim, como seria recomendável.

## <ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE>

Em estatística, utilizam-se diversos contextos para o tratamento de conteúdos, como organização e apresentação de dados em tabelas e em diferentes tipos de gráficos, variáveis qualitativa e quantitativa, medidas de tendência central e de dispersão. Mas há poucas atividades que incentivam a aplicação das ferramentas estatísticas na coleta e análise de dados a serem realizadas pelos estudantes.

A abordagem inicial de probabilidade vale-se de exemplos clássicos, de lançamento de dados e de moedas: por intermédio de tais recursos, são discutidos os conceitos de experimento aleatório e de espaço amostral (equiprovável). Em algumas atividades resolvidas, recorre-se a diagramas de árvore para a constituição do espaço amostral, evidenciando-se as relações entre os conteúdos matemáticos de diversos campos.

## <METODOLOGIA DO ENSINO E APRENDIZAGEM>

Todas as unidades iniciam-se com textos e imagens cujo objetivo é auxiliar o professor na apresentação contextualizada dos conteúdos explorados. Ao longo da coleção, as explicações teóricas acompanhadas de exemplos e de exercícios, resolvidos ou propostos, podem levar a uma ação pedagógica diretiva. Contudo, as seções *Como funciona* e *Seção especial* incluem atividades que favorecem uma construção mais autônoma dos conhecimentos por parte do estudante. Também no **Manual do Professor** encontram-se algumas sugestões de atividades complementares, além de orientações para a construção e o uso de materiais didáticos.

Há, na obra, um uso satisfatório de tecnologias da informação e softwares. A calculadora é, igualmente, bem utilizada, como instrumento para verificar e comparar resultados, estabelecendo-se relações entre eles. Apesar de o **Livro do Estudante** trazer poucas atividades que necessitem de materiais de desenho para sua resolução, no Manual também podem ser encontradas sugestões com esse fim.

### **<CONTEXTUALIZAÇÃO E INTERDISCIPLINARIDADE>**

Percebe-se, na coleção, a importância dada à Matemática como instrumento para a solução de problemas relacionados a práticas sociais, como cálculos de custos de produção ou o papel do tratamento da informação na elaboração dos censos demográficos. No entanto, em sua maioria, essas articulações são simples aplicações de algoritmos, sem muitas oportunidades para o levantamento de ideias ou questionamentos por parte dos estudantes.

No **Manual do Professor** encontram-se diversos exemplos de relações da Matemática com outras diversas áreas do saber, entre as quais: Física, Química, Biologia, Geografia e Sociologia. No geral, as propostas de interdisciplinaridade buscam evidenciar a aplicação da Matemática em outras áreas do conhecimento.

### **<FORMAÇÃO PARA A CIDADANIA>**

Na abordagem de diversos conteúdos estão presentes questões socioambientais (consumo racional da água, diminuição da emissão de poluentes no ar), de saúde (os malefícios do consumo do álcool e da nicotina no organismo) e de mobilidade (acessibilidade, desigualdade social). Entretanto, não são estimuladas discussões que contribuam para a formação da cidadania. Em grande parte, esses temas servem apenas de pretexto para a aplicação de modelos matemáticos.

### **<PROJETO EDITORIAL, PROJETO GRÁFICO E LINGUAGEM>**

A linguagem utilizada é adequada a um livro voltado para o Ensino Médio. No geral, a obra é visualmente agradável e contém uma boa variedade de textos, entre os quais, tirinhas, balões de texto, infográficos e mapas. As imagens gráficas apresentam clareza, precisão e adequação às finalidades pretendidas.

### **<MANUAL DO PROFESSOR>**

Os textos comuns aos três volumes são variados, embora bastante genéricos. Apesar disso, há boas sugestões de leituras complementares para o docente. Já na parte específica dos livros, encontram-se muitos comentários didáticos apropriados sobre o desenvolvimento dos conteúdos das unidades. São apresentadas, também, estratégias de resolução das atividades para auxiliar o professor na sistematização dos conteúdos, e fichas de avaliação e de autoavaliação, estas a serem preenchidas pelos estudantes. O Manual inclui, ainda, propostas de trabalhos interdisciplinares a serem desenvolvidos mediante a abordagem dos conteúdos matemáticos e nele é apontada a importância das atividades em grupo para incentivar a socialização, a comunicação, a argumentação e o senso de cooperação dos estudantes.



## EM SALA DE AULA

---

Em diversas passagens da obra, enfatiza-se a importância dos conhecimentos matemáticos para a solução de problemas e demandas da sociedade contemporânea. Recorre-se à história da Matemática na abordagem de diversos conceitos e são destacadas as conexões dessa ciência com outras áreas do saber. Mas, como as relações estabelecidas geralmente são pouco exploradas, recomenda-se ao professor que se antecipe e planeje maneiras de tratá-las de modo mais significativo.

O docente deve estar atento à distribuição dos conteúdos em cada volume, pois observa-se, em alguns momentos, uma sequência de unidades de um mesmo campo. Em especial, nos volumes 1 e 3, sugere-se alternar as unidades, quando possível.

Será necessário aprofundar a exploração de alguns conceitos e procedimentos, tornando mais claro, por exemplo, que medições nunca são exatas. Além disso, no campo de estatística e probabilidade, sugere-se ampliar as propostas de atividades de coleta e de análise de dados.



# #CONTATO MATEMÁTICA

JOAMIR SOUZA  
JACQUELINE GARCIA

FTD  
1ª edição - 2016

0155P18023



## VISÃO GERAL

O incentivo a que os estudantes elaborem problemas é um destaque na coleção. Ela também se caracteriza por apresentar uma considerável variedade de textos que possibilitam contextualizações e atividades interdisciplinares. No entanto, especialmente, na abertura dos capítulos, há conexões artificiais e pouco relacionadas aos temas abordados em seguida.

Os conteúdos são, frequentemente, abordados com base em definições, atividades resolvidas e propostas. São feitas generalizações, mas de maneira rápida e sem o devido rigor.

O **Manual do Professor** contém sugestões de atividades complementares, que podem enriquecer o trabalho docente em sala de aula, como o estudo das funções quadráticas com o uso do software Geogebra. Além disso, apresenta a dedução das equações das cônicas, o que complementa o **Livro do Estudante**.



## DESCRIÇÃO DA OBRA

Os volumes desta coleção são divididos em capítulos, nos quais se trabalham conteúdos referentes a um dos campos da matemática escolar. Todos os capítulos principiam com imagens diversas e textos relacionados a alguma situação do cotidiano, ou tema interdisciplinar, que servem como

ponto de partida para o desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos. Sucedem-se atividades identificadas, como: *Contexto*, *Atividades resolvidas*, *Atividades*, *Calculadora* e *Desafio*. Ao final de alguns capítulos, a seção denominada *Ser consciente* traz propostas de articulação da Matemática com questões relativas à cidadania. Os livros encerram-se com as seções *Acessando tecnologias*, em que são apresentados dois softwares livres, algumas orientações sobre como os utilizar e exemplos de atividades que podem ser resolvidas com eles; sugestões de leitura para o professor, endereços de sites, respostas aos exercícios propostos e as referências bibliográficas.

O **Manual do Professor** contém uma cópia do **Livro do Estudante** e orientações didático-metodológicas divididas em uma parte comum aos três volumes e outra específica a cada um deles. Na primeira, encontram-se textos gerais sobre o Ensino Médio, o ENEM, programas de acesso ao ensino superior; o trabalho interdisciplinar no Ensino Médio; avaliação; o papel do professor; recursos didáticos; o computador e o ensino da Matemática; e transversalidade. A segunda parte traz objetivos, comentários e sugestões relativos aos conceitos e às atividades trabalhados em cada capítulo. Em seguida, há sugestões de leitura para o professor e resoluções das atividades. O volume 2 inclui algumas páginas a serem reproduzidas e distribuídas aos estudantes.

Na obra, são desenvolvidos os seguintes conteúdos:

1º ANO – 9 CAPÍTULOS – 288 PP.	
1	Conjuntos: noções básicas, propriedades, operações; conjuntos numéricos, intervalos.
2	Função: noção intuitiva, produto cartesiano, conceito, domínio, gráfico, raízes, crescente.
3	Função afim: definição, linear, constante, identidade, gráfico, raiz, coeficientes, translação de gráficos, crescimento, decréscimo, sinal, função linear e proporcionalidade; inequação do 1º grau.
4	Função quadrática: definição, gráfico, coeficientes, raízes, vértice e eixo de simetria da parábola, máximo e mínimo, sinal; inequação do 2º grau.
5	Potenciação: definição e propriedades; notação científica; função exponencial e seu gráfico; equação e inequação exponencial.
6	Logaritmo: definição, condição de existência, propriedades, mudança de base; função logarítmica e seu gráfico, função logarítmica e função exponencial; equação e inequação logarítmica.
7	Módulo de um número; distância entre dois pontos na reta; função modular e seu gráfico; translação do gráfico, equação e inequação modular.
8	Sequências; progressões aritméticas e geométricas: definição, termo geral, razão; soma de termos de progressões finitas; PA e função afim; PG e função exponencial; soma de PG infinita.
9	Teorema de Tales; teorema de Pitágoras; trigonometria no triângulo retângulo; seno, cosseno e tangente, ângulos notáveis, tabela trigonométrica; lei dos senos, lei dos cossenos, área de um triângulo.

## 2º ANO – 08 CAPÍTULOS – 288 P.

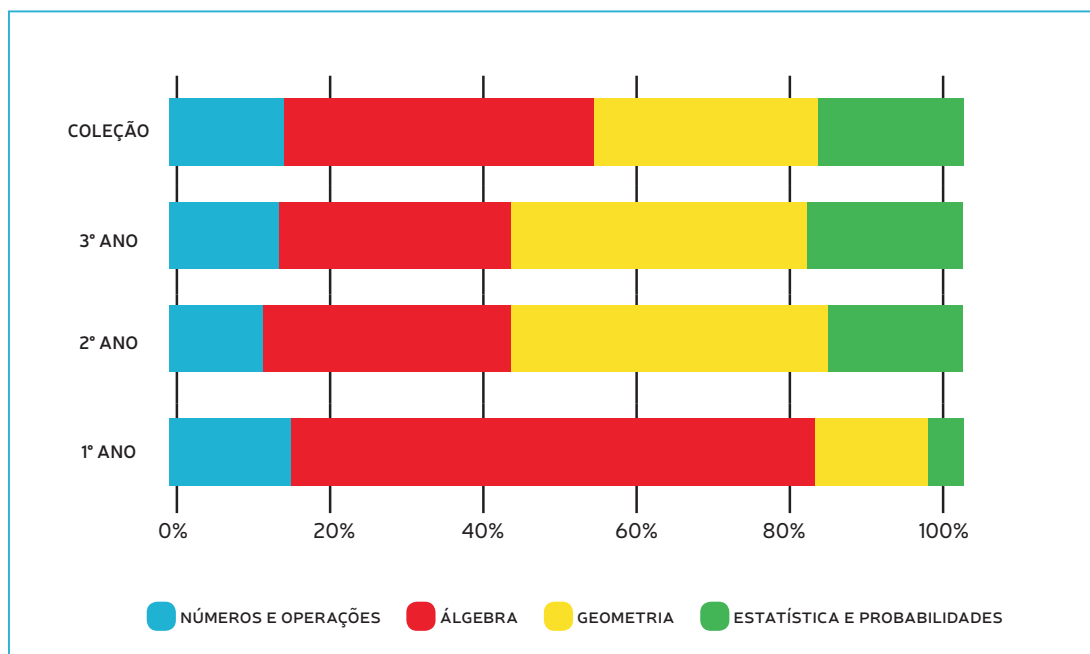
1	Trigonometria na circunferência: arcos, medidas de arco, circunferência trigonométrica, ângulos côngruos; redução ao primeiro quadrante; funções trigonométricas: seno, cosseno e tangente, transformações; relações e equações trigonométricas.
2	Matrizes: definições, tipos, operações, inversa; determinantes: matrizes de ordem 1 a 3, Teorema de Jacobi e de Binet, regra de Chió.
3	Equação linear; sistema linear: definições, tipos, matriz associada, equivalência, discussão de sistema $2 \times 2$ , escalonamento, sistema $3 \times 3$ , discussão, interpretação geométrica.
4	Princípio fundamental de contagem; fatorial; combinatória: arranjos, permutações e combinações simples, permutação com repetição, binômio de Newton, triângulo de Pascal.
5	Probabilidade: experimento aleatório, espaço amostral, evento; probabilidade de um evento, da união de dois eventos e condicional; eventos dependentes e independentes; lei binomial das probabilidades; estatística e probabilidade.
6	Área de figuras planas: área de polígonos; razão entre áreas de figuras planas; área do círculo, do setor e da coroa circular.
7	Geometria espacial de posição: posições relativas entre pontos, retas e planos; propriedades de paralelismo e de perpendicularidade; projeção ortogonal no plano; distâncias no espaço.
8	Figuras geométricas espaciais: poliedros, convexos e não convexos; relação de Euler; poliedros de Platão; poliedros regulares, definições e volumes de prismas retos, princípio de Cavalieri; área da superfície e volume de um prisma qualquer, pirâmide, não poliedros, cilindro, cone, troncos e esfera.

## 3º ANO – 06 CAPÍTULOS – 224 P.

1	Matemática financeira: porcentagem, taxa, acréscimos e descontos sucessivos; juros simples e compostos; juros e funções, amortização.
2	Geometria analítica no plano: plano cartesiano, distância entre dois pontos, coordenadas de ponto médio de segmento e de baricentro de triângulo; condição de alinhamento de três pontos, equações geral e reduzida de reta; posição relativa entre duas retas, discussão de sistemas, ângulo entre retas; distância entre ponto e reta, inequação do 1º grau com duas variáveis.
3	Cônicas: circunferência, posições relativas entre ponto, retas e circunferências; elipse, hipérbole, parábola; definições, elementos, equações e representações gráficas.
4	Estatística: variáveis, população, amostra, tabelas e gráficos, medidas de tendência central e de dispersão, distribuição de frequência, intervalo de classe.
5	Números complexos: definição, conjuntos, operações, módulo, conjugado, produto como rotação; representações algébrica, geométrica e trigonométrica.
6	Polinômios: definição, operações, teorema do Resto e de d'Alambert, dispositivo de Briot-Ruffini; equações polinomiais: definição, teorema fundamental da álgebra, relações de Girard, multiplicidade de uma raiz, raízes racionais e complexas.



### <ORGANIZAÇÃO DOS CONTEÚDOS>



Os conteúdos apresentados são os esperados em uma coleção destinada ao Ensino Médio. Nos volumes, entretanto, a distribuição dos campos da matemática escolar não é equilibrada, com exceção de números.

No volume 1, observa-se atenção excessiva à álgebra, em detrimento dos demais campos. A geometria recebe mais atenção no livro do 2º ano, mas se mantém em equilíbrio no volume 3, com o estudo da geometria analítica. Os temas de estatística e probabilidade são pouco valorizados, com a abordagem de probabilidade concentrada em um capítulo do livro 2, enquanto estatística aparece em apenas um capítulo no volume 3.

### <ABORDAGEM DOS CONTEÚDOS>

#### <NÚMEROS>

No campo, merece destaque o estudo da análise combinatória. Ele é pautado em situações-problemas que envolvem e valorizam o princípio fundamental da contagem, bem como em representações das possibilidades, feitas por meio do diagrama de árvore e tabelas de dupla entrada. Por outro lado, alguns conceitos recebem muita atenção, em prejuízo de outros. É o caso de operações e simbologia de conjuntos, cuja abordagem é privilegiada, enquanto os conjuntos numéricos são reapresentados no livro do 1º ano, porém de maneira aligeirada. Em geral, há poucas discussões mais aprofundadas

sobre números irracionais. Os números complexos são apresentados, no volume 3, de forma direta, sem preocupação com a linguagem utilizada e com ênfase no tratamento algébrico, em detrimento do geométrico. É elogiável a articulação entre os números complexos e a eletrodinâmica, realizada nas seções *Contexto*. As propostas de algumas verificações e demonstrações a serem realizadas pelo estudante também são oportunas e estimulantes.

### <ÁLGEBRA>

A álgebra é amplamente focalizada na obra, com destaque para o estudo de funções, no volume 1. A abordagem inicial desse conceito é bem contextualizada em práticas sociais, mas seu tratamento como uma relação entre conjuntos é inadequado. A apresentação de muitos gráficos com uso de translações é elogiável, como se verifica na passagem das funções lineares para as funções afim. Os gráficos das funções logarítmicas são traçados usando-se os das funções exponenciais, entre outros exemplos. Na seção *Contextos*, há contribuições significativas para o estudo de funções, com exemplos de aplicações em assuntos, como criptografia, radioatividade e em exames de pressão arterial. Em matemática financeira, são elogiáveis as discussões sobre acréscimos e descontos sucessivos, sistemas de amortização e inflação. Apesar da boa contextualização dos assuntos, privilegia-se o uso de fórmulas em atividades, como no estudo de juros simples e compostos.

### <GEOMETRIA>

Nas abordagens dos conceitos geométricos, são frequentes as contextualizações e as referências históricas, como ocorre nas demonstrações dos teoremas de Tales e Pitágoras e no estudo das leis dos senos e dos cossenos, no volume 1. No volume 2, merece destaque a exploração de métodos pouco convencionais para medições de área. O princípio de Cavalieri é utilizado frequentemente, e de forma apropriada, na obtenção de fórmulas para cálculo de volumes de figuras espaciais. No livro 3, as cônicas são, acertadamente, apresentadas como cortes de um cone. Suas equações são dadas sem demonstração, porém seus desenvolvimentos estão presentes no **Manual do Professor**. A geometria analítica está concentrada no livro do 3º ano, porém a articulação dos conteúdos com outros campos da matemática escolar é bem realizada. No estudo da reta, por exemplo, há referências à função afim e a conexões com soluções de um sistema linear. No entanto, quando se trata da parábola, explora-se pouco a inter-relação com as funções quadráticas.

### <PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA>

Nota-se uma boa articulação entre os conceitos do campo, mesmo com a abordagem concentrada de probabilidade no livro 2, e de estatística no volume 3. No estudo de probabilidades, recorre-se a jogos de RPG e de campo minado. Além disso, são frequentes as aplicações dos conteúdos em contextos extraescolares e na exploração de temas atuais, como *anemia* e *genética*, entre outros. São propostas atividades de pesquisa a serem desenvolvidas pelos estudantes, mas não se realizam discussões sobre coleta e tratamento de dados, ou sobre a melhor maneira de representar dos resultados obtidos, o que limita o estudo. São abordados diferentes tipos de gráficos estatísticos e suas características, mas ao estudante não é solicitado analisá-los, mesmo que concisamente.

### <METODOLOGIA DO ENSINO E APRENDIZAGEM>

O incentivo à elaboração de problemas por parte do estudante é um destaque na obra. Muitas atividades, resolvidas ou propostas, também são instigantes e podem contribuir para o desenvolvimento de habilidades, como observação, exploração e memorização. No entanto, a formulação de hipóteses, generalização e argumentação não são incentivadas como seria desejável.

São muitas as propostas de contextualização e as abordagens interdisciplinares dos assuntos, mas nem todas cumprem satisfatoriamente o objetivo de dar mais significado aos conteúdos matemáticos. Especialmente nas aberturas dos capítulos, as imagens e os textos que visam despertar o interesse dos estudantes para os temas a serem tratados, nem sempre estão associados diretamente aos conceitos explorados que se seguem. Tanto no **Livro do Estudante** quanto no **Manual do Professor**, há boas sugestões de uso de calculadora e de dois softwares livres.

### <CONTEXTUALIZAÇÃO E INTERDISCIPLINARIDADE>

Em todos os livros, encontram-se sugestões e orientações apropriadas para o trabalho conjunto com professores de outras áreas, assim como propostas de realização de experimentos. Há exemplos de uso de modelos matemáticos de diferentes tipos, relacionados a diversas áreas do conhecimento, como Economia, Geografia, Artes, Física, Biologia.

A apresentação de métodos matemáticos que não são comumente usados, como a *cubação da terra* e o *método de Francon*, é uma maneira elogiável de explorar a história da Matemática e, ainda, ampliar o universo cultural dos estudantes.

### <FORMAÇÃO PARA A CIDADANIA>

Temas voltados à diversidade brasileira, ao meio ambiente e à saúde estão presentes em textos e atividades variadas, nas seções *Contexto* e *Ser consciente*. Reciclagem, planejamento urbano e congestionamento de veículos, envelhecimento da população, dengue e doenças associadas à alimentação errada são alguns dos assuntos focalizados. Percebe-se, ainda, o papel relevante das imagens presentes na coleção, pois complementam satisfatoriamente os textos e as informações.

### <PROJETO EDITORIAL, PROJETO GRÁFICO E LINGUAGEM>

A linguagem utilizada na coleção é adequada, tanto em relação ao vocabulário empregado, quanto ao uso de vários tipos de texto. Algumas vezes, palavras que podem ser desconhecidas para os estudantes de Ensino Médio são explicadas na lateral da página. De modo geral, há clareza nas apresentações de conceitos e enunciados de atividades.

### <MANUAL DO PROFESSOR>

As atividades complementares contidas no **Manual do Professor** podem contribuir para uma abordagem mais significativa de alguns dos temas estudados. Também, permitem enriquecer o estudo das funções quadráticas pois apresentam sugestão de atividade sobre o assunto com o uso do software Geogebra. Além disso, apresentam a dedução das equações das cônicas, o que complementa o **Livro do Estudante**.

Sente-se falta de orientações mais específicas e detalhadas sobre as resoluções das atividades propostas no **Livro do Estudante**. Poucas vezes há antecipação de possíveis estratégias desenvolvidas pelos estudantes. As reflexões sobre as escolhas didáticas adotadas na coleção e as discussões sobre o trabalho do professor são resumidas. A maioria das deduções lógicas presentes no **Manual do Professor** precisa ser repensada antes de sua apresentação em classe, de maneira a não inibir o papel ativo do estudante e a estimular a sua participação na construção de demonstrações.



## EM SALA DE AULA

---

Sugere-se ao professor aproveitar a variedade de textos que possibilitam um trabalho interdisciplinar para, em conjunto com docentes de outras áreas, elaborar atividades interessantes.

É preciso estar atento às demonstrações apresentadas no **Livro do Estudante**, especialmente nos casos de deduções feitas de forma aligeirada, muitas vezes sem justificativas e sem o rigor necessário. Também é oportuno discutir com os estudantes a diferença entre verificações numéricas e demonstrações.

É recomendável, ainda, planejar com antecedência o desenvolvimento das atividades que utilizam softwares livres, para que realmente possam favorecer a aprendizagem.

# MATEMÁTICA - PAIVA

MANOEL PAIVA

MODERNA

3ª edição - 2016

0180P18023



## VISÃO GERAL

O **Manual do Professor** é um destaque na coleção pois, além da concepção de avaliação apresentada, contém sugestões de encaminhamentos para a abordagem dos conceitos, com atividades e questionamentos que não estão presentes no **Livro do Estudante**.

Os temas de estudo são apresentados por meio de situações contextualizadas, logo em seguida sistematizados, com uso adequado da linguagem matemática.

A distribuição dos conteúdos não é feita de forma equilibrada nos volumes da coleção, o que dificulta a articulação entre os diferentes campos da matemática escolar.

Ressalta-se o uso de softwares, tanto no estudo da álgebra quanto da geometria.



## DESCRIÇÃO DA OBRA

Na coleção, cada volume é dividido em 10 capítulos, nos quais o conteúdo é organizado em tópicos com explicações e exemplos, seguidos das seções: *Exercícios Resolvidos*; *Exercícios Propostos*; *Criando problemas*; *Conectado*; *Questões para reflexão*; e *Mentes brilhantes*, com a apresentação de fatos históricos relacionados ao conteúdo trabalhado. Além disso, encontram-se as seções *Exercícios*



complementares; *Trabalhando em equipe*, que se subdividem em *Análise da resolução* e *Matemática sem fronteiras*, com aplicações dos conceitos estudados; e *Pré-requisitos para o capítulo seguinte*. Ao final de cada volume, há *Indicações de leituras complementares*, *Respostas das atividades propostas*, *Lista de siglas* e a *Bibliografia*. O livro do 2º ano inclui um *Apêndice* com moldes de planificações de sólidos geométricos.

O **Manual do Professor** está dividido nas denominadas *Parte Geral* e *Parte Específica*. A primeira traz os pressupostos teórico-metodológicos e a proposta didático-pedagógica da coleção, as características e a organização do **Livro do Estudante** e a concepção de avaliação adotada. Contém, ainda, leituras para o professor e para o estudante e sugestões de atividades de desenvolvimento do pensamento científico. Ao final, são discutidos a organização dos conteúdos e os objetivos de cada um de seus capítulos. A *Parte Específica* é composta por três tópicos, os quais incluem atividades e sugestões para o trabalho em sala de aula, nas seções *Sugestões para o desenvolvimento dos capítulos* e *Sugestões para o desenvolvimento dos infográficos*. Por fim, há a seção *Resolução de exercícios* propostos.

Os conteúdos explorados na coleção são:

1º ANO – 10 CAPÍTULOS – 280 PP.	
1	Conjunto: notas históricas, conceitos primitivos, representações, unitário e vazio, finito e infinito, subconjunto, igualdade de conjuntos, universo, operações, cardinalidade; conjuntos numéricos: naturais, inteiros, racionais, irracionais, reais; eixo real; intervalo real.
2	Equações e inequações polinomiais do 1º grau; sistemas de equações polinomiais do 1º grau; equações polinomiais do 2º grau; matemática financeira: porcentagem, juros simples, juro composto, montante.
3	Geometria: notas históricas; polígono: definição, convexo, regular; triângulo: classificação, elementos, ângulos, propriedades; segmentos proporcionais; Teorema de Tales; semelhança de figuras planas; semelhança de triângulos; relações métricas no triângulo retângulo.
4	Circunferência e círculo: arcos e cordas; posições relativas: entre reta e circunferência; entre duas circunferências. Circunferência: ângulos, perímetro; área: unidades, retângulo, quadrado, paralelogramo, triângulo, hexágono regular, trapézio, losango, círculo, setor e coroa circular.
5	Sistema de coordenadas; função: conceito, representações, imagem; função real de variável real: domínio e contradomínio, zero, variação, taxa média de variação, funções inversas.
6	Função afim: gráfico; função linear: propriedades, proporcionalidade; função definida por mais de uma sentença; variação do sinal de função afim; inequações produto e quociente.
7	Função quadrática: gráfico, pontos notáveis da parábola, máximo e mínimo, variação do sinal; inequações do 2º grau.
8	Distância entre dois pontos do eixo real; módulo: de um número real; propriedades do módulo; equações, inequações, funções.
9	Potência de expoente inteiro: definição, propriedades, notação científica; radiciação de números reais: definição, propriedades, simplificação, operações; potência de expoente racional e irracional; função exponencial: definição, gráfico, propriedades; equação exponencial.
10	Logaritmo: notas históricas, definição, decimal, propriedades; função logarítmica: definição, propriedades; funções logarítmica e exponencial; equações logarítmicas.

## 2º ANO – 10 CAPÍTULOS – 288 P.

1	Sequência: definição, termos, lei de formação; progressão aritmética: definição, classificação, fórmula do termo geral, propriedades, representação genérica, soma dos n primeiros termos; progressão aritmética e função afim; progressão geométrica: definição, classificação, fórmula do termo geral, propriedades, representação genérica, soma dos n primeiros termos, soma dos infinitos termos; progressão geométrica e a função exponencial.
2	Trigonometria no triângulo retângulo: fatos históricos, razões trigonométricas, relações entre seno, cosseno e tangente, ângulos notáveis.
3	Circunferência trigonométrica: radiano, transformações de unidade, arcos trigonométricos, arcos congruos, relação com os números reais; simetrias, seno e cosseno de um arco trigonométrico, variação de sinal do seno e cosseno, redução ao 1º quadrante, relação fundamental da trigonometria, equações trigonométricas.
4	Tangente de um arco trigonométrico: definição, variação, como razão do seno pelo cosseno, redução ao 1º quadrante; equações trigonométricas; secante, cossecante, cotangente: seno, cosseno e tangente: da soma de arcos, do arco duplo.
5	Funções trigonométricas: definições, gráfico do seno e do cosseno, período; movimentos periódicos: definição, relação com as funções trigonométricas; movimento circular e movimento periódico – resolução de triângulos; Lei dos senos e dos cossenos; área de um triângulo.
6	Análise combinatória: princípio fundamental da contagem, princípio aditivo de contagem; fatorial: definição, propriedades.
7	Contagem: arranjos; permutações, permutações com elementos repetidos, combinações simples.
8	Geometria: reta, plano, figuras planas e não-planas, o espaço e suas partes, posições relativas entre duas retas; determinação de um plano; posições relativas entre: reta e plano, dois planos; perpendicularidade; projeção ortogonal sobre um plano; ângulos no espaço; poliedros, poliedros regulares.
9	Prisma: definição, elementos, seção transversal, nomenclatura, classificação, áreas lateral e total do prisma; paralelepípedo reto-retângulo: cubo, medida da diagonal, área total; volume: unidade, de paralelepípedo reto-retângulo; cubo; volume de um prisma; Princípio de Cavalieri; pirâmide: definição, elementos, seção transversal, áreas lateral e total, classificação, pirâmide regular, volume; tronco de pirâmide.
10	Cilindro: definição, elementos, seções, classificação, propriedades, áreas lateral e total, volume; cone: definição, elementos, seções, classificação, propriedades; cone circular reto: relação com teorema de Pitágoras, áreas lateral e total, volume, tronco; esfera: definição, posições relativas entre um plano e uma esfera, volume, área da superfície; esferas tangentes, fuso esférico e cunha esférica.

## 3º ANO – 10 CAPÍTULOS – 260 P.

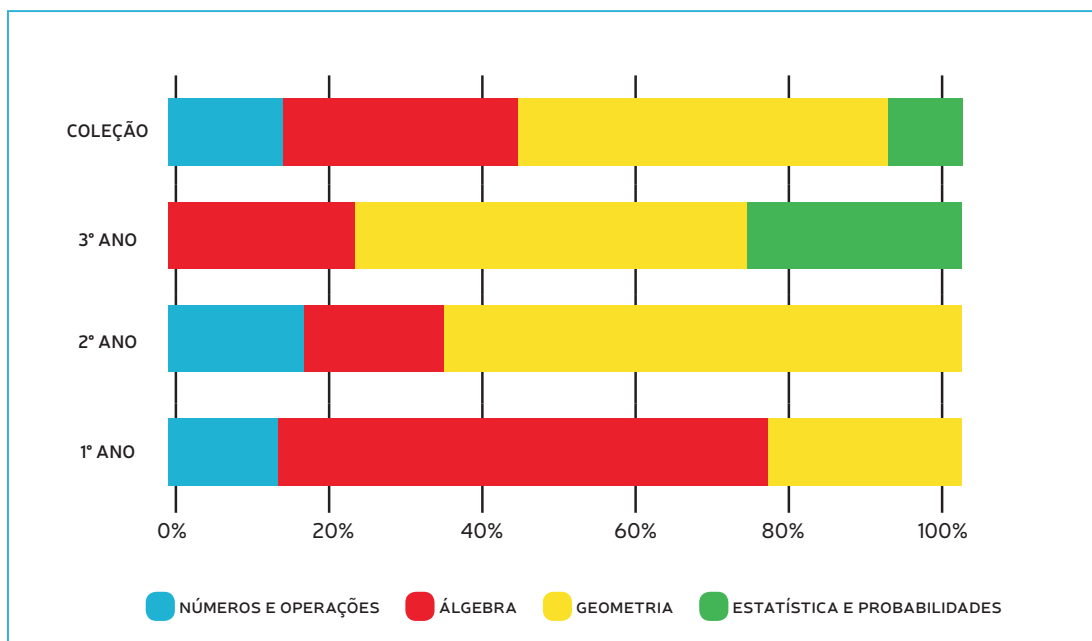
1	Probabilidade: fatos históricos, experimentos aleatórios, espaço amostral, evento, definição, eventos complementares, propriedades, adição, condicional, eventos independentes, multiplicação.
2	Estatística: conceitos preliminares, planejamento de uma pesquisa, população, amostra, variável, organização e representação de dados; distribuição de frequências: em tabelas e gráficos, para variáveis qualitativas em classes unitárias e dados agrupados; medida de tendência central: média aritmética, média aritmética ponderada, moda, mediana; medidas de dispersão: desvio absoluto médio, variância, desvio padrão.

3	Matriz: fatos históricos, definição, representação; tipos de matrizes; igualdade entre matrizes; operações com matrizes.
4	Equação linear: definição, classificação; sistema linear: definição, classificação, representação gráfica, resolução; sistemas lineares equivalentes, escalonamento.
5	Determinante: fatos históricos, de ordem 2, de ordem 3, generalização, discussão de um sistema linear; sistema linear homogêneo.
6	Geometria Analítica: fatos históricos, distância entre dois pontos; ponto médio de um segmento; reta: determinação, condição de alinhamento entre três pontos, equação fundamental; bissetrizes dos quadrantes e retas horizontais e verticais.
7	Reta: equação geral, equação reduzida, equações paramétricas,
8	Distância entre ponto e reta; área de um triângulo; condição de alinhamento de três pontos; representação gráfica de uma inequação do 1º grau.
9	Circunferência: equação reduzida, equação geral; posições relativas entre: ponto e circunferência, reta e circunferência; intersecção entre uma reta e uma circunferência.
10	Cônicas: seções do cone, fatos históricos, elipse, hipérbole, parábola.



## ANÁLISE DA OBRA

### <ORGANIZAÇÃO DOS CONTEÚDOS>



Os conteúdos dos campos da matemática escolar são abordados na obra. No entanto, a sua distribuição em cada um dos livros mostra-se inadequada. Tanto geometria analítica quanto estatística

e probabilidade estão presentes apenas no volume 3. Além disso, o campo dos números não é estudado neste último volume. Essa escolha dificulta a articulação entre os conhecimentos de campos matemáticos distintos. Convém observar, ainda, a ausência de conceitos comumente presentes no Ensino Médio, como os números binomiais e o binômio de Newton, polinômios e equações polinomiais de grau maior do que 3.

### <ABORDAGEM DOS CONTEÚDOS>

#### <NÚMEROS>

No campo dos números, recorre-se, adequadamente, a diferentes tipos de representações para a abordagem e demonstração de propriedades, em especial no estudo de conjuntos. Acertadamente, o estudo dos irracionais inicia-se com a determinação do comprimento da diagonal do quadrado de lado unitário. Contudo, não se esclarece que tal medida não se refere ao mundo físico, apenas à teoria matemática.

No trabalho realizado com a análise combinatória, há atenção apropriada a aspectos conceituais dos diferentes tipos de agrupamentos, ao uso do princípio fundamental da contagem e ao trabalho com conjecturas sobre fórmulas de arranjos, combinações e permutações. Entretanto, na resolução de problemas, não são incentivadas estratégias diversificadas, como a listagem de possibilidades e o diagrama de árvores.

#### <ÁLGEBRA>

Os conceitos relacionados a funções são apresentados de maneira clara, por meio de situações contextualizadas, com destaque para os infográficos presentes na abertura de alguns capítulos. Além disso, é acertado o uso de diferentes representações de funções. Também são elogiáveis a escolha de atividades e situações-problema diversificadas e instigantes, bem como a utilização de softwares que favorecem a percepção de regularidades das funções.

As articulações feitas entre diferentes sequências e o conceito de função são apropriadas. A partir daí, aprofunda-se o estudo das progressões aritméticas e geométricas, com uso de boas situações-problema. As demonstrações de propriedades e a obtenção de fórmulas são, igualmente, feitas de maneira clara.

É acertada a aplicação do método de escalonamento para a resolução de sistemas lineares. Porém, não há a desejável articulação desse tema com o conceito de matriz, discutido anteriormente.

#### <GEOMETRIA>

Neste campo, as demonstrações são frequentes e realizadas com o rigor adequado, o que contribui para a aprendizagem do método axiomático-dedutivo. Isso ocorre tanto no estudo das fórmulas das áreas de polígonos e de propriedades trigonométricas, quanto na aplicação do princípio de Cavalieri para o estudo do volume dos sólidos geométricos. Porém, durante a explanação das fórmulas não é dada atenção necessária aos casos em que as medidas dos segmentos são irracionais.

No volume 2, a trigonometria é abordada em excesso. Além disso, ao trabalhar-se a trigonometria no triângulo retângulo, as situações, mesmo as que envolvem contextos sociais e matemáticos, se reduzem ao cálculo de distâncias e de comprimento de segmentos desconhecidos, o que não é pertinente.

Na geometria analítica, o estudo da reta é feito de maneira satisfatória, com diversas integrações entre figuras e suas representações algébricas. Por vezes, há ênfase demasiada em regras e fórmulas.

### <ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE>

Os conceitos da probabilidade clássica são abordados de forma clara. Porém, não se discute adequadamente a diferença entre possibilidade e chance. São propostas, prioritariamente, atividades com um contexto limitado de experimentos, entre os quais o lançamento de uma moeda ou de um dado e a retirada de bolas coloridas de um recipiente. Observa-se, ainda, o uso exagerado de fórmulas.

Em estatística, são bem apresentadas as ideias de universo, de amostra e de variáveis estatísticas. Também são focalizados os vários tipos de gráficos e de tabelas, porém, sente-se falta de uma discussão mais aprofundada dos critérios para a escolha de qual deles é mais apropriado para a representação de diferentes dados. De maneira satisfatória, são discutidas algumas etapas do planejamento de uma pesquisa estatística, como a escolha do tema e do universo amostral, a organização e a apresentação dos dados coletados. Entretanto, o estudante não é incentivado a colocar em prática tais noções. As medidas de tendência central e de dispersão são discutidas de maneira elogiável, sendo ressaltados seus benefícios, suas limitações e complementaridades.

### <METODOLOGIA DO ENSINO E APRENDIZAGEM>

No início dos capítulos, abordam-se situações que visam contextualizar os conteúdos e motivar os estudantes para o estudo. A formalização dos conceitos e das propriedades desses conceitos é seguida de exercícios resolvidos e outros a resolver. As atividades propostas favorecem o desenvolvimento de competências importantes, como observação, compreensão, generalização, investigação de hipóteses e argumentação. Nessas atividades, também, é adequada a diversidade de situações e habilidades envolvidas que apresentam diferentes níveis de dificuldade.

As interações entre os estudantes e destes com o professor são incentivadas nas seções *Trabalhando em equipe*. Destaca-se o uso sistemático de recursos tecnológicos na resolução de atividades, escolha que favorece o ensino e a aprendizagem.

### <CONTEXTUALIZAÇÃO E INTERDISCIPLINARIDADE>

Ao longo da coleção, enfatiza-se o papel relevante da Matemática para a resolução de problemas relacionados a práticas sociais e a diferentes áreas do saber. Porém, as contribuições dessas áreas para o desenvolvimento de modelos matemáticos não são abordadas adequadamente. Já o uso da história da Matemática é bem feito, o que pode beneficiar a formação do estudante e contribuir, efetivamente, para a compreensão desta ciência como uma criação social de diversas culturas.

### <FORMAÇÃO PARA A CIDADANIA>

A diversidade étnica, de gêneros e de faixa etária, transparece ao longo da coleção, em especial nas ilustrações. Temas socioambientais, de saúde e de mobilidade, são contexto para diversas das atividades propostas. No entanto, é importante salientar que algumas delas mantêm seu foco estritamente em discussões matemáticas.

### <PROJETO EDITORIAL, PROJETO GRÁFICO E LINGUAGEM>

O projeto gráfico da coleção é bem organizado. São apresentados, satisfatoriamente, sumários, títulos e subtítulos, que facilitam a leitura, além dos elementos necessários para a identificação das fontes das diversas imagens e gráficos. A linguagem utilizada é clara e precisa.

### <MANUAL DO PROFESSOR>

O Manual é um ótimo apoio à atuação em sala de aula e à formação continuada do professor. Há uma boa discussão sobre o papel do estudo da Matemática no desenvolvimento do estudante e o tema da avaliação recebe atenção especial. Isso ocorre tanto em reflexões teóricas quanto em sugestões de encaminhamentos em sala de aula, como a perspectiva da análise de erros. Além da correção detalhada de todos os exercícios, encontram-se sugestões de atividades extras e encaminhamentos metodológicos a serem desenvolvidos com os estudantes. No entanto, sente-se falta de reflexões sobre possíveis dificuldades que os estudantes podem enfrentar no estudo dos conceitos.



## EM SALA DE AULA

---

É importante que o professor dê atenção às seções *Questões para Reflexão* e *Análise de Resolução*, que podem incentivar a postura investigativa e argumentativa dos estudantes a respeito dos conteúdos estudados.

Devido ao enfoque matemático predominante nas atividades, as temáticas de contextualização, interdisciplinaridade, formação cidadã e espírito crítico, merecem atenção no trabalho em sala. Vale a pena propor questionamentos e reflexões que não estão presentes na obra.

Alguns temas normalmente focalizados no Ensino Médio não são tratados na coleção, por exemplo, os números binomiais e o binômio de Newton, polinômios e equações polinomiais de grau maior do que 3. Assim, sugere-se ao docente buscar auxílio em outras fontes para o desenvolvimento dos conteúdos, caso esses conceitos estejam previstos em seu planejamento.

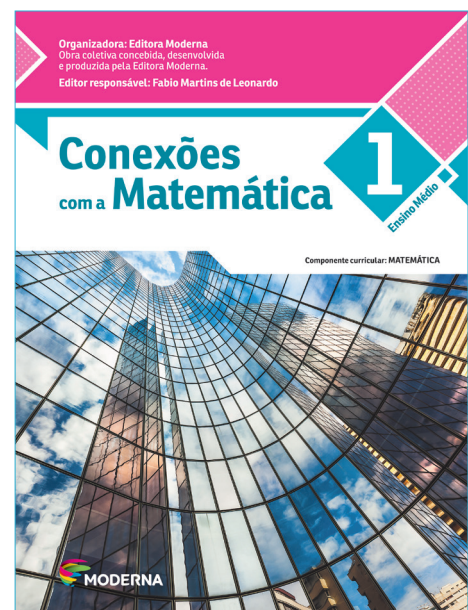
# CONEXÕES COM A MATEMÁTICA

FABIO MARTINS DE LEONARDO

MODERNA

3ª edição - 2016

0195P18023



## VISÃO GERAL

A coleção se destaca pela contextualização do conhecimento matemático no que diz respeito às práticas sociais e a outras áreas do conhecimento, que é feita de forma a auxiliar o estudante a ampliar sua compreensão sobre esses contextos. No entanto, na abordagem dos conteúdos, por vezes, essa contextualização não é problematizada, dando-se mais ênfase aos aspectos procedimentais. Inova-se ao incluir a seção *Autoavaliação*, na qual o estudante tem um recurso que pode auxiliá-lo a identificar os conteúdos que precisa rever e ampliar. Isso contribui para que ele desenvolva sua autonomia.

O **Manual do Professor** traz boas contribuições para a formação continuada docente, especialmente em relação à vantagem da perspectiva interdisciplinar, associada à gestão do tempo, à aprendizagem dos estudantes e à visão global e articulada dos conteúdos.



## DESCRIÇÃO DA OBRA

Os livros da coleção estão organizados em capítulos, subdivididos em tópicos. A abertura dos capítulos é composta de imagens e textos, com a apresentação dos objetivos a serem alcançados. O desenvolvimento dos tópicos inicia-se com uma explanação do assunto, seguida de exemplos, exercícios resolvidos e propostos. Todos os capítulos incluem, após os tópicos de conteúdos, as seções *Exercícios complementares* e *Autoavaliação*. Em alguns deles também estão presentes outras seções:

*Pesquisa e ação*, com atividades para serem realizadas em grupos e *Compreensão de texto*, que relaciona assuntos de determinados capítulos a outros contextos. Ao longo dos capítulos encontram-se, ainda, os boxes *Observação*; *Refleta* e *Explore*. Ao final dos volumes, há sugestões de leitura, respostas das atividades propostas, uma lista de siglas de instituições de ensino e a bibliografia da obra.

O **Manual do Professor** traz a cópia do **Livro do Estudante**, com respostas dos exercícios propostos e algumas orientações de trabalho. Também inclui o suplemento denominado *Guia do professor*, que se divide em uma parte geral a todos os volumes e outra específica a cada um deles. Na primeira, são apresentados: pressupostos teóricos e objetivos da coleção; organização e estrutura da obra, sugestões de consulta para o professor e de leitura para o estudante; além de textos para reflexões sobre: a educação, a importância do livro didático, a interdisciplinaridade, a avaliação, a formação e o desenvolvimento profissional. Na segunda parte, encontram-se atividades extras para o estudante e resoluções para todas as atividades propostas, organizadas por capítulos.

1º ANO – 11 CAPÍTULOS – 271 PP.	
1	Razão, proporção, critérios de arredondamento, porcentagem - estatística: população, amostra, variáveis, organização de dados em tabelas e gráficos, distribuição de frequência.
2	Conjuntos: noções básicas, operações; conjuntos numéricos: naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais; intervalos.
3	Função: conceito, gráfico, polinomial, definida por mais de uma sentença, inversa.
4	Função afim: definição, gráfico; inequações do 1º grau; identificação do domínio de uma função afim.
5	Função quadrática: definição, gráfico; inequações do 2º grau; identificação do domínio de uma função quadrática.
6	Módulo de um número real; função modular: definição e gráficos; equações modulares; inequações modulares; identificação do domínio de uma função modular.
7	Potenciação: definições e propriedades; função exponencial: definição, gráficos; crescimento e decrescimento, equações exponenciais e sistemas; inequações exponenciais.
8	Logaritmo: definição e propriedades; função logarítmica: definição e gráfico; crescimento e decrescimento; relação com a função exponencial, equações logarítmicas e sistemas; inequações logarítmicas.
9	Sequências numéricas e padrões; progressões aritméticas: termo geral, interpretação gráfica, soma de termos; progressões geométricas: termo geral, interpretação gráfica, soma de termos; problemas que envolvem PA e PG.
10	Proporcionalidade entre segmentos; teorema de Tales; semelhança de polígonos; semelhança de triângulos; teorema de Pitágoras.
11	Razões trigonométricas: seno, cosseno e tangente; relação fundamental da trigonometria; seno, cosseno e tangente de ângulos notáveis; tabela trigonométrica.



## 2º ANO – 10 CAPÍTULOS – 232 P.

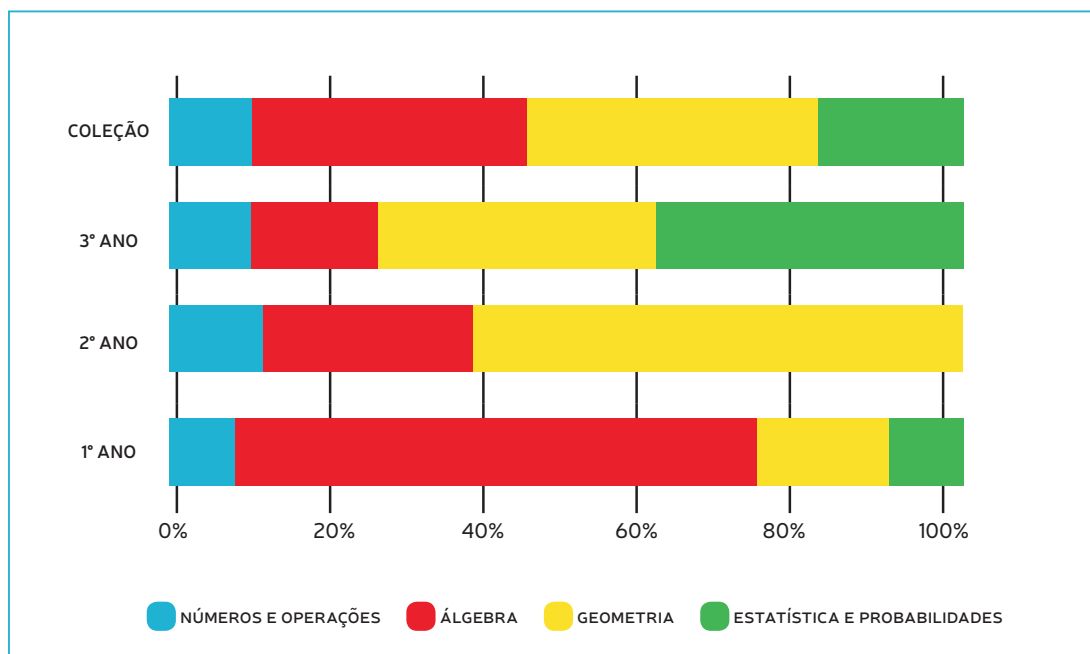
1	Arcos de circunferência: comprimento, medida angular, grau e radiano; ciclo trigonométrico; seno, cosseno e tangente; relação fundamental da trigonometria; equações trigonométricas.
2	Funções periódicas; ciclo trigonométrico; função seno; função cosseno; função tangente; construção de gráficos.
3	Trigonometria em um triângulo qualquer: lei dos senos, lei dos cossenos; secante, cosseno e cotangente; equações trigonométricas; adição de arcos.
4	Polígonos regulares e circunferência: relações métricas - áreas de superfícies planas: quadriláteros, triângulos e polígonos regulares; comprimento da circunferência e área do círculo.
5	Geometria espacial: ideias gerais, noções primitivas, postulados e teoremas; posições relativas entre retas, planos, retas e planos: paralelismo e perpendicularidade; projeções ortogonais e distâncias; ângulos e diedros.
6	Sólidos geométricos e figuras planas; poliedros: definição, elementos, convexos e não convexos, relação de Euler, planificação; prismas e pirâmides: definição, elementos, classificação, relações métricas, planificação, área de superfícies e volumes; princípio de Cavalieri; tronco de pirâmide: elementos, volume.
7	Corpos redondos: ideia; cilindro, cone e esfera: definição, elementos, classificação, planificação, secções, relações métricas, área de superfícies e volumes; tronco de cone: elementos e volume.
8	Matriz: representação, igualdade, tipos especiais, adição, subtração, multiplicação por um número real, multiplicação de duas matrizes, determinante.
9	Equações lineares; sistemas de equações lineares: ideias, definição, soluções, classificações, sistema homogêneo, matrizes associadas a um sistema, escalonamento, sistemas equivalentes.
10	Combinatória: contagem, situações, representações, princípio multiplicativo, fatorial de um número, permutações simples e com elementos repetidos, arranjos simples, combinações simples.

### 3º ANO – 9 CAPÍTULOS – 223 P.

1	Matemática financeira: taxa percentual, aumentos e descontos sucessivos, lucro e prejuízo, montante, juro simples, juro composto.
2	Experimento aleatório; espaço amostral; eventos: simples, certo e impossível; definição de probabilidade; eventos: complementares, mutuamente exclusivos; probabilidade condicional: definição, eventos dependentes e independentes; método binomial.
3	Estatística: população, amostra, variáveis, frequências absoluta, relativa e acumulada, distribuição de frequências para dados agrupados; representações gráficas; frequência relativa e probabilidade.
4	Medidas de tendência central: média, mediana, moda, para dados agrupados em intervalos; medidas de dispersão: desvio médio, variância e desvio padrão, para dados agrupados em intervalos.
5	Plano cartesiano; ponto: distância entre pontos, coordenadas do ponto médio, condições de alinhamento; retas: equações, inclinação e coeficiente angular, posição relativa entre duas retas no plano, ângulos formados entre retas concorrentes, distância a um ponto; inequações do 1º grau com duas incógnitas - área de uma superfície triangular.
6	Circunferência: lugar geométrico plano, equações; posições relativas entre: ponto e circunferência, reta e circunferência, duas circunferências.
7	Seções cônicas; elipse, parábola e hipérbole: definições, elementos e equações.
8	Números complexos: unidade imaginária, representação algébrica, igualdade, conjunto, operações, conjugado, representações geométricas, vetorial e trigonométrica, operações na forma trigonométrica.
9	Polinômios: grau, valor numérico, igualdade, operações, teoremas do resto e de D'Alambert; equações polinomiais: raiz, Teorema Fundamental da Álgebra, Teorema da decomposição, relação de Girard.



### <ORGANIZAÇÃO DOS CONTEÚDOS>



Na coleção, são trabalhados os conteúdos dos campos da matemática escolar, com maior atenção ao estudo de álgebra e geometria, como é esperado para o Ensino Médio. No entanto, a álgebra recebe tratamento acima do desejável no 1º livro e a geometria no 2º. Os conteúdos de estatística e probabilidade, por sua vez, não são explorados no volume do 2º ano, concentrando-se no livro 3. O campo de números é o que se distribui de maneira mais uniforme na coleção. Essa forma de organização pode comprometer o trabalho de articulação interna à matemática escolar.

### <ABORDAGEM DOS CONTEÚDOS>

#### <NÚMEROS>

Os conjuntos numéricos são abordados de modo sucinto, em especial no que concerne às necessidades, funcionalidades e características de cada um. Assim, são exploradas, acertadamente, tanto as diferentes representações dos números racionais, como a noção de subconjuntos dos números reais por meio de intervalos. Recorre-se à história da Matemática na obtenção de  $\sqrt{2}$  e a uma demonstração apropriada de sua irracionalidade, para iniciar o estudo dos números irracionais. As noções e operações com números complexos são desenvolvidas com maior ênfase no trabalho com as representações algébrica e trigonométrica. O estudo da análise combinatória é bem conduzido por meio de situações significativas e sistematizações que partem sempre de casos particulares antes das generalizações.

## <ÁLGEBRA>

O trabalho com álgebra baseia-se na exploração de problemas interessantes, adequados e contextualizados, que oferecem informações atualizadas. O estudo das noções e representações das funções afim, quadrática, exponencial, logarítmicas e trigonométricas, assim como o das sequências numéricas e da matemática financeira, são desenvolvidos de modo equilibrado. Em geral, os conteúdos matemáticos são articulados entre si, com situações práticas e com outras áreas do conhecimento. Por exemplo, há boas relações entre as noções de função afim, juros simples e sequências em progressão aritmética. Os exercícios, de modo geral, permitem identificar conexões e perceber regularidades que favorecem a compreensão de conceitos, procedimentos e propriedades. Incentiva-se o uso de softwares para a construção e análise de gráficos de funções e há orientações de como utilizá-los. Entretanto, no estudo das noções de matrizes, sistemas lineares e equações polinomiais, são privilegiados os aspectos teóricos e procedimentais.

## <GEOMETRIA>

No volume 1, conceitos de geometria plana são retomados e aprofundados, articulando-se aplicações práticas e representações dos objetos matemáticos. São elogiáveis as propostas de validações empíricas e dedutivas, como é feito na abordagem do teorema de Pitágoras. Os sólidos geométricos, como prismas, pirâmides, cilindros, cones e esferas, são estudados de maneira adequada. As atividades propostas enfatizam a exploração de relações numéricas e métricas entre seus elementos e o cálculo de áreas de superfícies e de volumes.

As noções de geometria analítica são trabalhadas exclusivamente no volume 3, com ênfase na exploração das equações algébricas de retas, circunferências e cônicas e em aplicação de fórmulas obtidas.

## <ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE>

A abordagem da estatística inicia-se com a exploração de noções preliminares, como coleta e organização de dados. É desenvolvida com base em exemplos de situações práticas e, também, em informações de cunho socioeconômico ou político. Há boas explicações sobre as características dos gráficos e sobre qual deles é o mais adequado para cada tipo de variável. O trabalho com planilhas eletrônicas para a construção dos gráficos é bem orientado. No estudo de medidas de posição e de dispersão são discutidas as condições necessárias para a escolha de uma das medidas em detrimento de outras.

Os conceitos de probabilidade são desenvolvidos por meio da ideia de incerteza e das noções de experimentos aleatórios e de espaço amostral, o que contribui significativamente para o desenvolvimento do pensamento probabilístico.

## <METODOLOGIA DO ENSINO E APRENDIZAGEM>

A metodologia da coleção se caracteriza por iniciar a apresentação dos conteúdos por meio de uma situação resolvida, seguida de explanação e sistematização dos conhecimentos estudados e de exercícios resolvidos e propostos. Tal abordagem de ensino pode induzir o estudante a uma postura pouco reflexiva sobre sua aprendizagem. Apesar disso, nas atividades a serem resolvidas, há boas situações em que o estudante é chamado a elaborar hipóteses, testá-las e manifestar suas conclu-

sões, de forma escrita ou oral. São exemplos, as orientações para o uso de planilhas eletrônicas e de softwares, encontradas em diferentes passagens. As interações entre os estudantes e entre estes e o professor são incentivadas por meio de questionamentos, discussões de ideias e de resultados, o que também contribui para uma participação mais ativa do estudante.

### **<CONTEXTUALIZAÇÃO E INTERDISCIPLINARIDADE>**

Especialmente nas seções *Pesquisa e Ação* e *Compreensão de texto*, informações de outras áreas do conhecimento são utilizadas para ampliar a compreensão do estudante a respeito de questões sociais, ambientais e econômicas, por meio da aplicação dos conceitos matemáticos. Por outro lado, a história da Matemática é quase sempre utilizada como pretexto para se apresentar pessoas, fatos e datas, sem contribuir para a compreensão dos conceitos.

### **<FORMAÇÃO PARA A CIDADANIA>**

Em diversas passagens da obra, há textos e contextos relativos a situações práticas, socioeconômicas ou políticas, que podem contribuir significativamente para a formação cidadã do estudante. No entanto, são raras as problematizações feitas com esse intuito, seja na apresentação dos conteúdos ou na proposição das atividades.

### **<PROJETO EDITORIAL, PROJETO GRÁFICO E LINGUAGEM>**

A estrutura editorial e o projeto gráfico da coleção são apropriados aos objetivos didático-pedagógicos da obra. As ilustrações são atuais e estão bem distribuídas. A linguagem é clara e acessível e vários gêneros textuais são trabalhados.

### **<MANUAL DO PROFESSOR>**

Encontram-se, no Manual, reflexões gerais sobre os benefícios da perspectiva interdisciplinar, no que diz respeito à gestão do tempo, à aprendizagem dos estudantes, à visão global e articulada dos conteúdos. No entanto, não é evidenciada a forma de planejar, desenvolver e avaliar as propostas de atividades interdisciplinares feitas na coleção. A função da avaliação no processo de aprendizagem dos estudantes, incluindo-se o papel do erro como recurso didático, é amplamente discutida. Há ricas sugestões de leituras que podem favorecer a formação e a atualização do professor, com reflexões sobre a prática docente, com destaque para aquelas que envolvem temas transversais.

No entanto, na parte destinada às atividades a serem desenvolvidas em cada capítulo, não há informações para o docente sobre o que se pode avaliar ou como é possível realizar tal avaliação. Também ali, são raras as orientações que podem auxiliar o professor no processo de sistematização dos conteúdos trabalhados, bem como indicação específica de avaliação para cada capítulo.



## EM SALA DE AULA

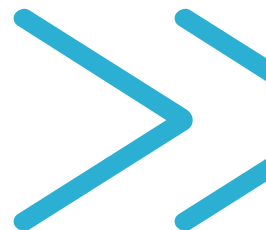
---

Na coleção, são oferecidas boas instruções para o trabalho com softwares e planilhas eletrônicas, mas o uso de calculadoras restringe-se a viabilizar e acelerar os cálculos. Vale a pena o professor buscar complementos para explorar as calculadoras, de modo que o estudante possa também elaborar e validar conjecturas necessárias para construção do conhecimento matemático.

Como a abordagem dos conteúdos predominante na coleção é diretiva, recomenda-se planejar e fazer questionamentos que possibilitem ao estudante participar de maneira ativa do processo de sistematização, antes de iniciar a resolução das atividades propostas.

Uma leitura atenta do **Manual do Professor** poderá auxiliar o docente a fazer as escolhas didáticas que orientem o desenvolvimento das atividades. Mas é recomendável buscar subsídios, em outras fontes, que o auxiliem a planejar, desenvolver e avaliar o trabalho interdisciplinar.

# << FICHA DE AVALIAÇÃO



## <PARTE I – IDENTIFICAÇÃO E MENÇÃO>

DADOS DE IDENTIFICAÇÃO	
Código da Coleção	
Menção da coleção:	
Código do parecerista:	

## <PARTE II – DESCRIÇÃO DA COLEÇÃO IMPRESSA>

### <1. DESCRIÇÃO DA COLEÇÃO IMPRESSA (LD:800 TOQUES; MP: 800 TOQUES)>

Descreva aqui...

### <2. CONTEÚDO POR VOLUME (SUMÁRIO: 3000 TOQUES)>

Na coleção, são trabalhados os conteúdos:

XX ANO – XX CAPÍTULOS – XXX PP.		
1	Liste aqui...	xx pp.
2	Liste aqui...	xx pp.

XX ANO – XX CAPÍTULOS – XXX PP.		
1	Liste aqui...	xx pp.
2	Liste aqui...	xx pp.

XX ANO – XX CAPÍTULOS – XXX PP.		
1	Liste aqui...	xx pp.
2	Liste aqui...	xx pp.

## <PARTE III – ANÁLISE DA COLEÇÃO>

Nº	CRITÉRIOS	SIM	NÃO		
	Para o item a seguir, indique SIM ou NÃO.				
<b>1 – ORGANIZAÇÃO DOS CONTEÚDOS</b>					
1.1	Na coleção, os campos da matemática escolar – números; álgebra; geometria; e estatística e probabilidade – recebem atenção adequada.				
Em caso negativo, descreva sumariamente o tipo de organização.					
DESCREVA AQUI					
Nº	CRITÉRIOS	SIM			NÃO
	Para cada item a seguir indique Plenamente (PL), Satisfatoriamente (SA), ou Raramente (RR).	PL	SA	RR	
1.2	Na obra, os conteúdos dos campos da matemática escolar citados no item 1.1 são escolhidos de modo a garantir atenção equilibrada a cada um deles e adequada às demandas da sociedade atual.				
1.3	Esses campos são distribuídos de maneira pertinente ao longo dos volumes da coleção e no interior de cada livro.				
<b>AVALIAÇÃO</b> (Espaço livre de toques; pode-se inserir figuras)					
AVALIE AQUI					
<b>TEXTO SÍNTESE PARA O PARECER E A RESENHA</b>					
ESCREVA AQUI					



Nº	CRITÉRIOS	SIM			NÃO
		PL	SA	RR	
<b>2 – ABORDAGEM DOS CONTEÚDOS MATEMÁTICOS</b>					
2.1	A abordagem do campo dos números contribui para desenvolver a compreensão dos conceitos e procedimentos e para a capacidade de resolução de problemas em tópicos, tais como: noções elementares da teoria dos conjuntos; números reais, operações de potenciação e de radiciação, reta real, notação científica; medição de grandezas; incerteza das medições; erro de medição; aproximação numérica; grandezas físicas; números complexos, plano complexo, operações, forma polar; princípios de contagem, princípio multiplicativo, princípio da casa dos pombos, permutações, arranjos, combinações, Binômio de Newton.				
<b>AVALIAÇÃO</b> (Espaço livre de toques; pode-se inserir figuras)					
AVALIE AQUI					
<b>TEXTO SÍNTESE PARA O PARECER E A RESENHA</b>					
ESCREVA AQUI					
2.2	A abordagem do campo da álgebra contribui para desenvolver a compreensão dos conceitos e procedimentos e para a capacidade de resolução de problemas em tópicos, tais como: sequências; função como relação entre grandezas; função no contexto dos conjuntos; função afim e afim por partes, função modular; função quadrática; função polinomial; matemática financeira; funções exponencial e logarítmica; funções trigonométricas; polinômios e equações polinomiais; matrizes e determinantes; sistemas de equações, método de escalonamento.				
<b>AVALIAÇÃO</b> (Espaço livre de toques; pode-se inserir figuras)					
AVALIE AQUI					
<b>TEXTO SÍNTESE PARA O PARECER E A RESENHA</b>					
ESCREVA AQUI					

2.3	<p>A abordagem do campo da geometria contribui para desenvolver a compreensão dos conceitos e procedimentos e para a capacidade de resolução de problemas em tópicos, tais como: geometria plana, introdução ao método axiomático-dedutivo; congruência e semelhança; Teorema de Tales, Teorema de Pitágoras, Lei dos senos e dos cossenos; geometria espacial, retas e planos, paralelepípedos, prismas, pirâmides, poliedros, cilindro, cone, esfera; grandezas geométricas, comprimento, abertura (amplitude) de ângulo, área, volume, Princípio de Cavalieri; visualização; representações gráficas do espaço e dos objetos; noções de perspectiva; diferentes modos de validação do conhecimento geométrico (experimentação, uso de imagens gráficas e argumentação lógica); transformações geométricas (rotação, reflexão, translação); geometria analítica plana, reta, circunferência, cônicas, vetores.</p>				
<b>AVALIAÇÃO</b> (Espaço livre de toques; pode-se inserir figuras)					
AVALIE AQUI					
<b>TEXTO SÍNTESE PARA O PARECER E A RESENHA</b>					
ESCREVA AQUI					
2.4	<p>A abordagem do campo da estatística e probabilidade contribui para desenvolver a compreensão dos conceitos e procedimentos e para a capacidade de resolução de problemas em tópicos, tais como: planejamento de pesquisa, população e amostra, coleta e organização de dados, apresentação e interpretação de dados em tabelas e gráficos, distribuições de frequência, medidas de tendência central e de dispersão e suas aplicações, distribuição normal; probabilidade, noções básicas, definição clássica e frequentista, cálculo de probabilidade de eventos, probabilidade geométrica.</p>				
<b>AVALIAÇÃO</b> (Espaço livre de toques; pode-se inserir figuras)					
AVALIE AQUI					
<b>TEXTO SÍNTESE PARA O PARECER E A RESENHA</b>					
ESCREVA AQUI					

Nº	CRITÉRIOS	SIM	NÃO
<b>3 – CORREÇÃO E ATUALIZAÇÃO DOS CONCEITOS, INFORMAÇÕES E PROCEDIMENTOS</b>			
3.1	Na coleção, conceitos, informações básicas, procedimentos e imagens são apresentados ou utilizados sem erro conceitual, indução a erro ou contradições internas.		
<b>AVALIAÇÃO</b> (Espaço livre de toques; pode-se inserir figuras)			
AVALIE AQUI			

<b>4 – METODOLOGIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM</b>			
Nº	CRITÉRIOS		
4.1	A metodologia adotada na coleção caracteriza-se predominantemente por:		
	Introduzir os conteúdos por explanação teórica, seguida de atividades resolvidas e propostas de cunhoaplicativo.		
	Introduzir o conteúdo apresentando um ou poucos exemplos, seguidos de alguma sistematização e,depois, de atividades de aplicação.		
	Propor um projeto a partir do qual conteúdos da Matemática são estudados.		
	Iniciar por atividades propostas, seguidas da sistematização, sem dar oportunidade ao aluno de tirar conclusões próprias.		
	Constituir-se de uma lista de atividades propostas, e deixar a sistematização dos conteúdos a cargo doprofessor.		
Outras modalidades.			
ESCREVA AQUI			

Nº	CRITÉRIOS	SIM			NÃO	
		PL	SA	RR		
	Para cada item a seguir indique Plenamente (PL), Satisfatoriamente (SA), ou Raramente (RR).					
4.2	Na abordagem teórico-metodológica adotada na coleção, valoriza-se e incentiva-se:					
	4.2.1	O uso de conhecimentos extraescolares;				
		EXEMPLO (1000 TOQUES)				
	4.2.2	A articulação entre o conhecimento novo e o já trabalhado;				
		EXEMPLO (1000 TOQUES)				
	4.2.3	A integração entre conhecimentos dos diversos campos da Matemática escolar;				
		EXEMPLO (1000 TOQUES)				
	4.2.4	A articulação entre conceitos, representações e/ou procedimentos;				
		EXEMPLO (1000 TOQUES)				
	4.2.5	A interação entre alunos e destes com o professor.				
EXEMPLO (1000 TOQUES)						
<b>AVALIAÇÃO</b> (Espaço livre de toques; pode-se inserir figuras)						
AVALIE AQUI						

4.3	A metodologia adotada na coleção contribui, de forma coerente e adequada, para favorecer o desenvolvimento de competências cognitivas, como:					
	4.3.1	Observação, exploração e classificação;				
		EXEMPLO (1000 TOQUES)				
	4.3.2	Compreensão e memorização;				
		EXEMPLO (1000 TOQUES)				
	4.3.3	Investigação, análise, síntese, registro e comunicação;				
		EXEMPLO (1000 TOQUES)				
	4.3.4	Formulação de hipóteses, generalização e argumentação.				
		EXEMPLO (1000 TOQUES)				
	<b>AVALIAÇÃO</b>					
	(Espaço livre de toques; pode-se inserir figuras)					
	<b>AVALIE AQUI</b>					

4.4	A coleção apresenta situações que envolvem:					
	4.4.1	Utilização de diferentes estratégias na resolução de problemas;				
		EXEMPLO (1000 TOQUES)				
	4.4.2	Comparação de diferentes estratégias na resolução de problemas;				
		EXEMPLO (1000 TOQUES)				
	4.4.3	Verificação de processos e resultados pelo estudante;				
		EXEMPLO (1000 TOQUES)				
	4.4.4	Formulação de problemas pelo estudante;				
		EXEMPLO (1000 TOQUES)				
	4.4.5	Questões com falta ou excesso de dados;				
		EXEMPLO (1000 TOQUES)				
	4.4.6	Problemas com nenhuma solução ou com várias soluções.				
	EXEMPLO (1000 TOQUES)					
<b>AVALIAÇÃO</b> (Espaço livre de toques; pode-se inserir figuras)						
AVALIE AQUI						

4.5	Na obra, incentiva-se a utilização de recursos didáticos diversificados, tais como:					
	4.5.1	Materiais concretos e jogos;				
		EXEMPLO (1000 TOQUES)				
	4.5.2	Recursos das tecnologias da informação e da comunicação, como softwares, ambientes compartilhados e colaborativos;				
		EXEMPLO (1000 TOQUES)				
	4.5.3	Calculadora;				
		EXEMPLO (1000 TOQUES)				
	4.5.4	Instrumentos de desenhos;				
		EXEMPLO (1000 TOQUES)				
	4.5.5	Leituras complementares.				
		EXEMPLO (1000 TOQUES)				
	<b>AVALIAÇÃO</b> (Espaço livre de toques; pode-se inserir figuras)					
AVALIE AQUI						
<b>TEXTO SÍNTESE PARA O PARECER E A RESENHA</b>						
ESCREVA AQUI						

Nº	CRITÉRIOS		SIM			NÃO
	Para cada item a seguir indique Plenamente (PL), Satisfatoriamente (SA), ou Raramente (RR).		PL	SA	RR	
<b>5 – CONTEXTUALIZAÇÃO E INTERDISCIPLINARIDADE</b>						
5.1	Na abordagem adotada na coleção, a apresentação e a utilização dos conteúdos são feitas de modo afavorecer:					
	5.1.1	A importância da Matemática como instrumento para a resolução de problemas relativos às práticas sociais e às outras áreas do conhecimento;				
	EXEMPLO (1000 TOQUES)					
	5.1.2	O reconhecimento das contribuições de outras áreas do saber para a elaboração de modelos matemáticos;				
	EXEMPLO (1000 TOQUES)					
	5.1.3	A aprendizagem da Matemática por meio de contextos de práticas sociais e de outras áreas de conhecimento;				
	EXEMPLO (1000 TOQUES)					
	5.1.4	A compreensão da Matemática como uma criação social de diversas culturas ao longo da história, tanto do ponto de vista contemporâneo quanto histórico;				
	EXEMPLO (1000 TOQUES)					
	5.1.5	O uso da matemática para o desenvolvimento crítico cidadão.				
EXEMPLO (1000 TOQUES)						
<b>AVALIAÇÃO</b> (Espaço livre de toques; pode-se inserir figuras)						
AVALIE AQUI						
<b>TEXTO SÍNTESE PARA O PARECER E A RESENHA</b>						
ESCREVA AQUI						



Nº	CRITÉRIOS	SIM	NÃO
	Para o item a seguir, indique SIM ou NÃO.		
<b>6 – FORMAÇÃO PARA A CIDADANIA</b>			
6.1	A coleção não veicula conteúdos que contrariam, de alguma forma, a legislação vigente, como: Constituição da República Federativa do Brasil; Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei nº 9.394/96), com as posteriores alterações; Estatuto da Criança e do Adolescente (Lei nº 8.069/1990), com as respectivas alterações; Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio; Resolução nº 2, de 30 de janeiro de 2012 e Parecer CNE/CEB nº 5/2011; Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a Educação Básica; Resolução nº 4, de 13 de julho de 2010 e Parecer CNE/CEB nº 7/2010; Resoluções e Pareceres do Conselho Nacional de Educação, em especial, Parecer CEB nº 15 de 04/07/2000 - Trata da pertinência do uso de imagens comerciais nos livros didáticos; Parecer CNE/CP nº 3, 10/03/2004 e Resolução CNE/CP nº 01 de 17/06/2004; Parecer CNE/CP nº 14 de 06/06/2012 e Resolução CNE/CP nº 2, 15/07/2012 - Estabelece as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Ambiental (DCNEA).		
6.2	A coleção é livre de estereótipos e de preconceitos de condição social, regional, étnico racial, de gênero, de orientação sexual, de idade ou de linguagem, assim como de qualquer outra forma de discriminação ou de violação de direitos.		
6.3	A coleção é isenta de doutrinação religiosa e política, respeitando o caráter laico e autônomo do ensino público.		
6.4	A coleção apresenta-se sem publicidade e sem difusão de marcas, produtos e serviços comerciais.		
<b>AVALIAÇÃO</b> (Espaço livre de toques; pode-se inserir figuras)			
AVALIE AQUI			

Nº	CRITÉRIOS		SIM			NÃO
	Para cada item a seguir indique Plenamente (PL), Satisfatoriamente (SA), ou Raramente (RR).		PL	SA	RR	
6.5	Na coleção, a abordagem dos conteúdos contribui para a formação do cidadão, quanto:					
	6.5.1	Ao respeito à diversidade de gênero, regionais, etno-cultural e de idade, inclusive representando-se nas ilustrações a diversidade étnica da população brasileira e a pluralidade social e cultural do país;				
	EXEMPLO (1000 TOQUES)					
	6.5.2	A questões socioambientais;				
	EXEMPLO (1000 TOQUES)					
	6.5.3	A questões de saúde e de mobilidade.				
EXEMPLO (1000 TOQUES)						
<b>AVALIAÇÃO</b> (Espaço livre de toques; pode-se inserir figuras)						
AVALIE AQUI						
<b>TEXTO SÍNTESE PARA O PARECER E A RESENHA</b>						
ESCREVA AQUI						

Nº	CRITÉRIOS			SIM	PARC.	NÃO
	Para cada item a seguir, indique Sim, Parcialmente (PARC.) ou Não.					
<b>7 – PROJETO EDITORIAL, PROJETO GRÁFICO E LINGUAGEM</b>						
7.1	No que concerne ao projeto gráfico-editorial, a coleção apresenta:					
	7.1.1	Sumário que reflita claramente a organização e a localização das informações;				
	7.1.2	Títulos e subtítulos claramente hierarquizados por meio de recursos gráficos compatíveis;				
	7.1.3	Legibilidade gráfica adequada para o nível de escolaridade visado, do ponto de vistado: desenho e do tamanho das letras; do espaçamento entre letras, palavras e linhas; do formato, dimensões e disposição dos textos na página;				
	7.1.4	Impressão em preto do texto principal;				
	7.1.5	Isenção de erros de revisão e impressão;				
	7.1.6	Referências bibliográficas e indicação de leituras complementares;				
	7.1.7	Conhecimentos já abordados sem repetição excessiva, sem gerar ampliações desnecessária no total de páginas das coleções;				
	7.1.8	Número de páginas é compatível com as características inerentes ao processo de ensino e de desenvolvimento dos estudantes do ensino médio;				
	7.1.9	Textos, quando mais longos, de forma a não desencorajar a leitura.				
<b>AValiação</b> (Espaço livre de toques; pode-se inserir figuras)						
AVALIE AQUI						

7.2	Na coleção, as ilustrações:			
	7.2.1	São claras, precisas e adequadas às finalidades para as quais foram elaboradas;		
	7.2.2	São distribuídas nas páginas de forma adequada e equilibrada;		
	7.2.3	Retratam adequadamente a diversidade étnica da população brasileira, a pluralidade social e cultural do país;		
	7.2.4	Respeitam as proporções entre objetos ou seres representados, quando de caráter científico;		
	7.2.5	Apresentam títulos, fontes e datas, no caso de gráficos e tabelas;		
	7.2.6	Apresentam legendas, escala, coordenadas e orientação em conformidade com as convenções cartográficas, no caso de mapas e outras representações gráficas do espaço.		

### AVALIAÇÃO

(Espaço livre de toques; pode-se inserir figuras)

AVALIE AQUI

7.3	A linguagem utilizada na coleção é adequada ao aluno a que se destina, quanto:			
	7.3.1	Ao vocabulário;		
	7.3.2	À clareza na apresentação dos conteúdos e na formulação das instruções;		
	7.3.3	Ao emprego de vários tipos de texto.		

### AVALIAÇÃO

(Espaço livre de toques; pode-se inserir figuras)

AVALIE AQUI

### TEXTO SÍNTESE PARA O PARECER E A RESENHA

ESCREVA AQUI

Nº	CRITÉRIOS	SIM	NÃO
	Para o item a seguir, indique SIM ou NÃO.		
<b>8 – MANUAL DO PROFESSOR</b>			
8.1	O Manual do Professor explicita os objetivos da proposta didático-pedagógica efetivada e os pressupostos teórico-metodológicos por ela assumidos.		
8.2	Há coerência entre os pressupostos teóricos explicitados no Manual do Professor e o conjunto de textos, atividades, exercícios, etc. que configuram o Livro do Aluno.		
8.3	O Manual do Professor explicita claramente a perspectiva interdisciplinar explorada pela coleção, bem como indica formas individuais e coletivas de planejar, desenvolver e avaliar projetos interdisciplinares.		
<b>AVALIAÇÃO</b> (espaço livre de toques; pode-se inserir figuras)			
AVALIE AQUI			

Nº	CRITÉRIOS		SIM	PARC.	NÃO
	Para cada item a seguir, indique Sim, Parcialmente (PARC.) ou Não.				
8.4	No que concerne à orientação do docente para uso adequado da coleção e para a sua atualização, o Manual do Professor:				
	8.4.1	Descreve a organização geral da coleção, tanto no conjunto dos volumes quanto na estruturação interna de cada um deles;			
	8.4.2	apresenta orientações sobre o uso adequado dos livros, inclusive no que se refere às estratégias e aos recursos de ensino a serem empregados;			
	8.4.3	indica as possibilidades de trabalho interdisciplinar na escola, a partir do componente curricular abordado no livro;			
	8.4.4	discute diferentes formas, possibilidades, recursos e instrumentos de avaliação, que o professor poderá utilizar ao longo do processo de ensino-aprendizagem;			
	8.4.5	propicia a reflexão sobre a prática docente, favorecendo sua análise por parte do professor e sua interação com os demais profissionais da escola;			
	8.4.6	sugere textos de aprofundamento e propostas de atividades complementares às do Livro do Aluno.			
<b>AVALIAÇÃO</b> (espaço livre de toques; pode-se inserir figuras)					
AVALIE AQUI					

8.5	O Manual do Professor traz subsídios para a atuação do professor em sala de aula, apresentando:			
	8.5.1	Objetivos das unidades e atividades;		
	8.5.2	Discussão das escolhas didáticas pertinentes;		
	8.5.3	Antecipação dos possíveis caminhos de desenvolvimento do aluno e de suas dificuldades;		
	8.5.4	Indicações de modificações de atividades a fim de adequá-las a sua realidade local;		
	8.5.5	Auxílio ao professor na sistematização dos conteúdos trabalhados;		
	8.5.6	Possíveis estratégias de resolução das atividades;		
	8.5.7	Indicações sobre a avaliação.		
<b>AVALIAÇÃO</b> (espaço livre de toques; pode-se inserir figuras)				
AVALIE AQUI				
<b>TEXTO SÍNTESE PARA O PARECER E A RESENHA</b>				
ESCREVA AQUI				

## 9 – FALHAS PONTUAIS

Nº	CRITÉRIOS
9.1	A coleção é isenta de falhas pontuais.
<b>AVALIAÇÃO</b> (espaço livre de toques; pode-se inserir figuras)	
AVALIE AQUI	

Preencha a tabela indicando o que se pede LA ou MP, volume e página, tipologia (conceito, correção de link, gabarito, logomarca visível, imagem, gramática/grafia, erro de transcrição de áudio, diagramação, supressão; outras), como está e como deve ser alterado.

LA OU MP	VOLUME	PÁGINA	TIPOLOGIA	COMO ESTÁ	COMO DEVE SER ALTERADO

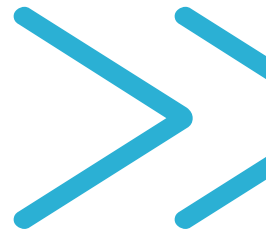
## 10 – OUTRAS OBSERVAÇÕES

PONTUE AQUI OS ASPECTOS POSITIVOS E NEGATIVOS DA OBRA





## « REFERÊNCIAS

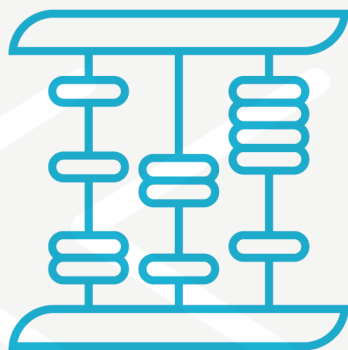


BRASIL. **Catálogo do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio – PNLEM/2005 – Matemática.** Brasília: SEMTEC/FNDE, 2004.

BRASIL. **Guia de livros didáticos: PNLD 2012 – Matemática.** Brasília: MEC/SEB, 2011.

BRASIL. **Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica.** Brasília: MEC/SEB/DICEI, 2013.

BRASIL. **Guia de livros didáticos: PNLD 2015 – Matemática.** Brasília: MEC/SEB, 2014.



MINISTÉRIO DA  
**EDUCAÇÃO**

